DE SVPERFICIE VNGVLÆ,

ET DE QVARTIS LILIORVM Parabolicorum, & Cycloidalium.

Tractatus Duo Geometrici.

AVTHORE

F. STEPHANO DE ANGELIS VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.



VENETIIS, MDCLXI.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

SERENISSIMO

PRINCIPI LEOPOLDO

AB HETRVRIA.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS, Ord. Iesuatorum S. Hieronymi, in Veneta Prouincia Definitor Prouincialis. P. P. P.

GEOMETRICIS *atramentis plures liniui paginas, Heros, & Princeps Serenissime. Quas, quoniam tenuis exarauit calamus, semper prò certo habui non grauiter litare Virtuti meis opellis. Illud tamen me vrgebat medullitus, vt qualecunque pertractaret penicillum mea Mathesis, Tibi Amplissimo Geometrarum Vati notam inscriberet, & obsequentissimi famulatus votum pingeret, fas esset. Ex florentibus namquè viridarijs ab eximio Torricellio egregiè excultis cum selectos decerpserim fructus, ac ab eius doctrinarum (præcipuè, quæ lemmate primo in App. De Dimensione Cochleæ exuberant) irriguo fonte dulcissimos ebiberim latices, Tibi, cuius virebant Numini optimo, & Nomini fluebant celsissimo, hausta libare arcana tenebar arctissima lege. Cæterum*

mei exilitas ingenij, ac laborum leuitas sese obtulit, quos cùm ad mensuram laudum Tuarum, Extrà Anni, Solisquè vias gloriosiori Famæ ductu peruolantium minimè ponderare perspexerim, maximos coërcui ausus, nimiumquè sibi fidentes. Profectò viliores erant paginæ vt infixam vertici Tui Serenissimam explicarent Maiestatem, Virtutem summam, augustissimaquè præconia circumferrent, potius obtexendæ tenebris, quam auitis fulgoribus tuis decorandæ. Inde cessit calamus, vtque Icari præcipites non teneret ruinas, qui antecedebat cursus, ac volatum, malluit iacère seorsim, quam ruere periculosiùs ab alto. Animum hæc detinebant Serenissime Princeps argumenta, qui vtiquè sui iactare pusillitatem erubesceret, & Tibi se deditissimum sistere, nisi accepisset tandem à Tui dignatione lenissima, cui deuicta corda cuncta famulantur, vires, ac spem tutam. Eò potissimùm, quod si rudes enucleentur cortices, quos Tibi exhibeo impensius deuotos, veluti Bruti baculus, seruatum obsequij pretium, ac puritatem prætiosiorem palam detegent. Censeas ergò hoc primum me impullisse calcar ad iter: quorum aliud à Geometrica Cycloide acumen habuit, prioriquè se adiunxit, quò altius pungeret, ac me libentissimum traheret Tuis humillimè genibus obuoluendum. Cycloidis ingeniosus Archymedes, & auctor extitit perceleberis ille Galileus, qui Florentibus Mathematicarum decoribus Florentina mœnia lepidè leuigauit; vtquè de omnium se triumphare plausibus statueret hoc opere, illam, dum arcum pontis strueret, adinuenit. Elaborauit ad trigintaquinque annos Atlas iste, cuius humeri sub onere ipsam mensurandi desudarunt. Indè, vt quarum & ipse virium esset cerneretur, suffecit muneri Herculem Geometricum

cum

cum alterum, Bonauenturam scilicet Caualerium, cui deuotione, & habitu fui coniunctissimus, eiusq. sub disciplinis tyrocinium in Geometria ad nouem dumtaxat menses, ipso à vivis, mei mortali angore, qui tunc aderam, & Geometrarum omnium luctu, ac iactura sublato, posui auspicatissimum. Tandem amborum nullo titulo minor Euangelista Torricellius, plurimumque de Mathematicis benemeritus mensuram compleuit Cycloidis, cuius Te Patronum selegit, ac iure tibi statuit dicatam. Habeo de his, Galilei, ad Caualerium eruditissimum Præceptorem epistolam anxiè seruatam, quiquè oretenus dum fungebatur humanis, plures de prædictis mecum sermones tenuit. Cum itaquè iste, qui nunc à me prodit libellus, plura solida ex varijs Cycloidis rotationibus exurgentia mensuret, centrumquè grauitatis ipsius, & eius dimidietatis designet, (etsi aliter id euenire animaduerterim, quàm tradat Torricellius lib. 1. de mot. gra. schol. prop. 18.) vt præclarum eumdem Torricellium, ac Galileum dignissimum, exornatores, atque auctores Cycloidis colantur, Tibi Sereniss. Princeps, tractatum hunc, mequè deuoueo alacri, & paratissima sponte. Fuere hi Matheseos, & Florentiæ germina, ac lumina: patere vt eorum comitatæ pompis isthac mea vmbra, & plantulæ tuis inserantur Elisijs, ac tui obtutus radio, vigorequè præsidij crescant, & excolantur feliciter. Valeas Sereniss. Principes, Virtutum, & Regnorum Apollo; valeas delicium Palladis, studiorumque Mæcenas, Seculi huius, priscis, Augustis Augustior.

Scribebam Venetijs Prid. Idus Iunij 1661.

LECTO-

LECTORI BENEVOLO.

ANNO 1659, Romæ publicam lucem aspexit opusculum quoddam geometricum, *De Cycloide, & Figura Sinuum* vocitatum. Gloriatur hoc emeritè Antimum Farbium pro parente agnoscere; qui illud gignendo, geometram felicissimum, profundæque speculationis seipsum præbuit. In hocce incidimus ellapso anno 1660; ipsumque peruoluentes, non modicè gauisi sumus, auctorem agnoscentes adeò indiuisibilia colere, vt ad indiuisibilium arenam percurrendam, fræno potius, quam calcaribus indigere videatur. Quæso da veniam lector, si sæpius quam par fortassis iudicabis, conspicias nos pro methodo indiuisibilium dimicare, & celeberrimos geometras ipsam magnificientes in medium ponere. Forsitan namque haud censebis hoc à nobis irrationabiliter peractum, si oculo mentis intuitus fueris quinam geometræ ipsam oppugnantes extiterint. Fuerunt hi viri tres insignissimi Guldinus, Bettinus, & Tacquet, il-

lius Societatis alumni, quæ iure merito censetur Areopagum literarum. Hoc vnicum veremur, nè tantorum virorum authoritas te coh beat abstinere à fructuosissimæ methodi lectione; triplicataque maiestate Pythagorica, inclinato capite pronuncies. *Ipsi dixerunt*. Qua propter quamplurimos, & excellentiores geometras obijcimus, vt dictis tribus æquipodium faciant. Quà in re putamus Farbij testimonium grauissimè ponderare, vtpotè clarissimi geometræ fortassis eiusdem societatis, ast sub nomine Antimi Farbij personnati. Cupimus tantummodo, vt in methodi penetralia intima te ipsum recipias, ac artis arcana degustes. Quod si his adimpleris, non arrides; benè tibi sit: Nos namque præcipuè scribimus, vt optionem nostram compleamus, & appetitui nostro secundum partem satisfaciamus. Sed ad Farbium.

Percurrentes ergo Farbianum opusculum, animaduertimus, in sua figura sinuum non spernendum latitare geometricum mysterium. Ipsa quippè figura minimè est geometris inaudita, sed sat familiaris; quamuis arcana in ipsa clausa nunquam aperuerint. Nil etenim est aliud, quam superficies cylindrica trunci sinistri recti super circuli quadrante existentis, resecti diagonaliter plano transeunte per radium quadrantis, qui est basis cylindri, & per punctum in latere, & abscindens altitudinem trunci æqualem radio quadrantis. Perobscurè forsan huiuscemodi nunc splendescent; ast suo loco clarius micabunt. Agnito itaque præennarato mysterio, statueramus, opportu-

na

na data occasione, hoc tibi solummodo insinuare, & reliqua à Farbio exposita, omittere. Porrò Farbij elucubrationes medullitùs considerantes, aliud visum fuit, & libellum hunc tibi communicamus; teque enixè rogamus, antequam iuditium ferras, nostra cum assertis Farbij conferre. Quod si superuacanea putabis ea, saltem hoc vnum obtinebimus, vt denuò Farbij meditationes, æterna fama dignas, typis committentes, exemplaribus multiplicatis, pereanniores fiant. Sed nè tractatulus hic solitarius exiret, ipsi alium addidimus: in quo, *de Quartis Liliorum Parabolicorum, & Cycloidalium* peragitur: manifestanturque & mensuræ, & centra grauitatis quamplurium solidorum in ambobus tractatulis, genesim trahentium ex gyratione circa axim quarundam figurarum, quas quum nullus geometrarum, quod sciamus, vnquam considerauerit; non parum splendoris geometriæ superaddetur ex earundem reliquis passionibus, ac proprietatibus vel à nobis, vel à feliciori geometra aliquando detectis. Sed nequimus hæc paucis perstringere, adeovt ferè intuitiua cognitione percipiantur. Lege ergo sequentia aliquali attentione. Alia expecta, forte quamprimum. Vale.

TRA-

TRACTATVS PRIMVS.

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO PRIMA.

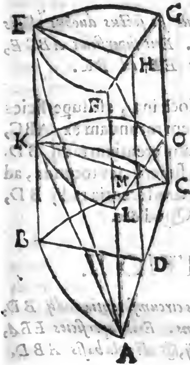
IN Miſcellanei noſtri Geometrici parte tertia, quædam explicauimus ad analogiam attinentia, quam tunc animaduertimus reperiri inter ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper qualibet figura circa diametrum, reſecti plano diagonaliter tranſeunte per baſim, & per punctum in latere, & ſuperficiem curuam ſolidi rotundi ex baſi, congruenti modo reuoluta. Verumtamen; quoniam doctrina illo loco explanata poteſt aliqualiter ampliari; repetemus in præſenti, breuiter quoad fieri poterit, ea omnia, quæ pro intelligentia inferius dicendorum, neceſſaria conſpiciuntur. In reliquis, lectorem remittentes ad lecturam dictæ tertiæ partis.

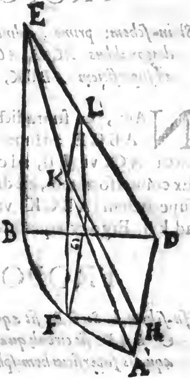
In citatæ ergo partis proposit. prim. probauimus, quod si in diagrammate posito ibidem pag. 221. (quod denuò hic apponimus, & primum nuncupabimus, ad distinctionem positi in pag. 223. quod secundum appellabitur) A B C, sit figura quælibet circa axim B D, super qua extet cylindricus rectus, qui sit sect. plano diagonali A E C: probauimus inquam, superficiem cylindricam trunci sinistri A E C (quem P. Greg. à Sancto Vicent. in lib. 9. de quadr. cir. & Ricardus Albius in calce Hemisphær. dissec. Vngulam vocitant) esse ad superficiem curuam solidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta basi si adesset (vtpotè si volueretur A B D) vt E B, ad circumferentiam circuli radij B D.

In schol. pri. adnotauimus, assertum verificari non modò de totis magnitudinibus, verum etiam de partibus proportionalibus ipsarum. Non enim (in dimidio trunco sinistro A B D E, seorsim posito facilitatis gratia, in secundo schemate), tota superficies cylindrica E B A, est ad totam superficiem rotundam ex B F A, circa D A, reuoluta, vt E B, ad circumferentiam radij B D: sed etiam in dicta ratione, est v. g. superficies cylindrica K F A, ad superficiem ex F A. Idem est de reliquis partibus proportionalibus subintelligendum.

Ex his, & ex doctrinis vniuersalibus à nobis explicatis in lib. 4. de Infin. Parab. aliquandò conclusum fuit, dictas superficies esse quantitates proportionaliter analogas, tam quoad magnitudinem, quam

quoad





quoad grauitatem; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Hæc, & similia collecta fuerunt tunc temporis. In præsenti, alia sunt consideranda, partim tunc neglecta; partim nunc solum animaduersa.

PROPOSITIO I.

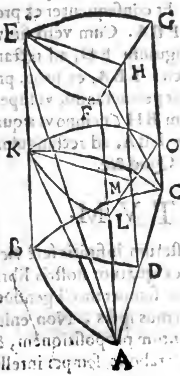
Si in schem: primo, cylindricus sit sectus duobus planis diagonalibus AC E, ACK. Erit superficies ABCE, ad superficiem ABCK, vt EB, ad BK.

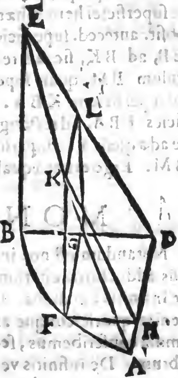
NAm, ex supradicta doctrina, est superficies ABCE, ad superficiem rotundam ex ABC, circa AC, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Ex conuerso autem, est dicta superficies rotunda, ad superficiem ABCK, vt circumferentia radij BD, ad KB. Ergo ex æquali, &c. Quod &c.

PROPOSITIO II.

In schem. 2. Si EB, sit æqualis circumferentiæ radij BD, & BAD, sit circuli quadrans. Erit superficies EBA, æqualis superficiei hemisphærij, & octupla basis ABD.

QVod enim sit æqualis superficiei hemisphærij, non indiget probatione: cum ex reuolutione ABD, circa AD, generetur hemisphærium. Quod verò sit octupla ABD, patet ex famosis doctrinis Archimedis prim. de sphær. & cylind. propos. 31. vbi probat superficiem sphæræ quadruplam fore circuli maximi. Vnde superficies hemisphærij, cui est æqualis ipsa EBA, erit dupla circuli, & octupla quadrantis BAD.





PROPOSITIO III.

In primo schem. si ABD, sit circuli quadrans. Superficies KBA, erit æqualis semper rectangulo BM.

SVpponatur etenim EB, æqualis circumferentiæ radij BD. Facile deducetur ex Archim.

pro-

propoſit. prim. de cir. quad. & ex noſtro lib. 2. de Infin. Parab. propoſit. 6. rectangulum ED, æquale fore ſuperficiei hemiſphærij. Et conſequenter ex propoſit. anteced. ſuperficiei EBA. Cum verò ſit vt EB, ad BK, ſic tam rectangulum ED, ad rectangulum BM, quàm ſuperficies EBA, ex prop. pri. ad ſuperficiem KBA. Erit permutando, vt ſuperficies EBA, ad rectangulum BH (nempe vt æquale ad æquale) ſic ſuperficies KBA, ad rectangulum BM. Ergo erunt æqualia. Quod &c.

MONITVM.

Notandum eſt nos in poſterum infinitis ferè vicibus adducturos citationes ex quatuor noſtris libris de Infinitis Parabolis. Quod ſemper intelligendum veniet quotieſcunque afferemus ipſas. Non enim omnia conſcribemus, ſed tantum propoſitionem, & librum. De Infinitis verò Parabolis, ſemper intelligendum erit, quandò aliud non addetur.

PROPOSITIO IV.

In eodem ſchem. ſi ABD, ſit quadrans circuli, & KB, ſit æqualis BD, ſemidiametro. Superficies KBA, erit æqualis quadrato circumſcripto ABD, quadranti.

Nam,

NAm, cum rectangulum BM, sit æquale quadrato circumscripto quadranti, quia kB, est æqualis BD, seu DA: & cum rectangulum BM, sit ex proposit. anteced. æquale superficiei kBA. Ergo & superficies æqualis erit quadrato. Quod &c.

PROPOSITIO V.

In sec: schem. si ABD, sit circuli quadrans. Superficies AFK, erit ad superficiem ABE, vt AH, ad AD (si FH, sit sinus rectus arcus FA).

QVia superficies AFk, est ad superficiem ABE, vt superficies sphærica ex FA, ad superficiem ex BFA, circa AD, reuolutis, ex supradictis; Et colligitur ex Archim. pri. de sphæ: & cylind: proposit. 40, & 41. esse superficiem sphæricam ex FA, ad superficiem sphæricam ex BFA, vt AH, ad AD. Facilè patet propositum.

SCHOLIVM.

Non dissimili modo ostenderetur, esse superficiem BBFk, ad superficiem EBA, vt DH, ad DA.

PROPOSITIO VI.

In eadem schem. si ABD, sit dimidia cuiuslibet figuræ circa diametrum BD, & EB, sit æqualis BD: *vndè*

vnde consequenter KF, sit aequalis FH. Qualibet in superficie EBA, parallela EB, habebit sibi aequalem in basi BAD, parallelam BD, ductam ab eodem puncto curua BFA.

Res est manifestissima.

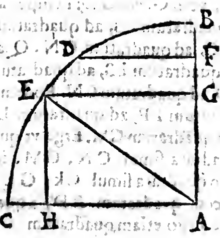
COROLLARIVM.

Ergo si BAD, sit quadrans circuli; cuilibet parallelae, puta KF, erit aequalis aliquis sinus rectus FH, alicuius arcus, putà FA: non tamen superficies EBA, erit aequalis quadranti BAD; quia ex propofit. 4. est aequalis quadrato quadranti circumscripto. Haec autem oriuntur ex transitus diuersitate.

PROPOSITIO VII.

Si in quadrante BCA, sint arcus BD, CE, aequales, & sint DF, EG, sinus recti arcuum BD, BE. Erunt quadrata DF, EG, simul aequalia quadrato CA.

Ducantur sinus rectus EH, arcus EC, & semidiameter EA. Quadratum EA, est aequale quadratis EH, HA. Sed quia arcus EC, est aequalis arcui DB; Quadratum EH, est aequale quadrato DF. uadratum EA, est aequale quadrato CA: & quadratum HA, est aequale quadrato



to EG. Ergo quadratum CA, erit æquale quadratis EG, DF, simul. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si super quadrante ABD, circuli sit cylindricus rectus AE, sectus plano diagonali AED, & in circumferentia basis sint quilibet arcus æquales BC, GA, & à punctis G, C, erigantur in superficie trunci, Ck, GL, latera cylindrici. Erunt illorum quadrata simul æqualia quadrato EB.

DVcantur GM, CN, sinus recti arcuum CGA, GA. Quoniam ex progressu demonstrationis prop. pri. tertiæ par. cit. Miscell. Geom, patet, esse vt EB, ad BD, sic kC, ad CN; (quod facilè agnosci

etiam poteſt in diagramınate 2.prop.antec. EB,enim eſt ad BD, vt LG, ad GD: nempe kF, ad FH) ergo & vt quadratum EB, ad quadratum BD, ſic quadratum KC, ad quadratum CN. Quare & permutando,erit quadratum EB, ad quadratum kC, vt quadratum BD, ad quadratum CN. Eodem modo probabitur,quadratum EB, ad quadratum LG, vt quadratum BD, ad quadratum GM. Ergo vt quadratum BD, ad duo quadrata ſimul CN, GM, ità quadratum EB, ad duo quadrata ſimul Ck, GL. Sed ex propoſit. anteced. quadratum BD, æquatur quadratis CN, GM. Ergo etiam quadratum EB, æquabitur quadratis kC, LG. Quod &c.

PROPOSITIO IX.

In ſchem. prop. ant. producto Ck, vſque ad O. Erit vt AM, ad AD, ſic Ok, ad FA.

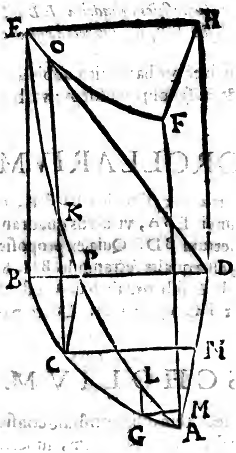
DVcatur CP, ſinus rectus arcus BC. Quoniam eſt vt EB, ad Ck, ſic BD, ad CN, ſeu ad PD: ergo per conuerſionem rationis, vt EB, ſeu OC, ad Ok, ſic DB, ad BP: nempe ſic DA, ad AM. (cum enim arcus BC, GA, ſint æquales; erunt etiam æquales eorum ſinus verſi BP, AM.) Quare & conuertendo, vt Ok, ad OC, ſeu FA, ſic AM, ad AD. Quare &c.

COROLLARIVM I.

Cum autem in propoſit. 5. pateat, eſſe vt AM, ad AD, ſic ſuperficiem AGL, ad ſuperficiem ABE; erit

erit & superficies ad superficiem, vt kO, ad FA; Quod summopere notetur.

COROLLARIVM II.



Ergo si EB, sit æqualis BD, seù DA; erit etiam

OK, æqualis AM: nempe ſinui verſo arcus GA. Quod etiam ſummopere adnotetur; erit enim hoc infra valdè neceſſarium.

PROPOSITIO X.

In eodem ſchem. ſuperficies cylindrica EBAF, eſt æqualis rectangulo ſub EB, & ſub recta æquali curuæ BCA.

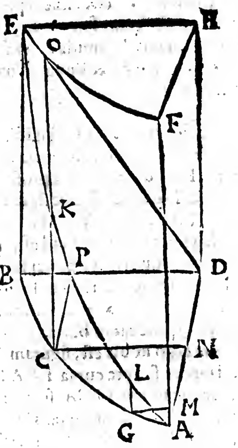
PRopoſitio hæc probata fuit à nobis in propoſit. 8. lib. 2. & in ſcholijs eiuſdem, vt ibidem poteſt conſpici.

COROLLARIVM.

Ergo ſuperficies cylindrica EBAF, erit ad ſuperficiem trunci EBA, vt arcus quadrantis BCA, ad ſemidiametrum BD. Quia ex propoſit. 3. ſuperficies EBA, eſt æqualis rectangulo BH. Sed rectangulum ſub EB, & ſub æquali BCA, eſt ad rectangulum BH, vt BCA, ad BD. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Cupimus lectorem diligentiſſimè conſiderare, quę ſtatim ſupra diximus. Nimirum, ſuperficiem curuam cylindricam EBAF, æqualem eſſe rectangulo ſub EB, & ſub recta æquali curuæ BCA. Si ergo intelli-



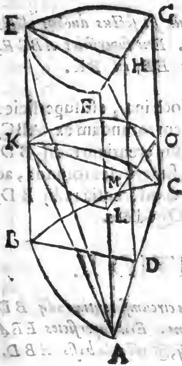
telligamus dictam superficiem curuam amittere curuitatem (quod tunc accidet, quando curua B C A, in rectam mutabitur;) nihilominus superficiei diuersæ positiones haud variant figuræ conditionem, & quantitatem. Idem ad amussim possumus rationabiliter affirmare, currere in superficie E B A. Etenim si hæc

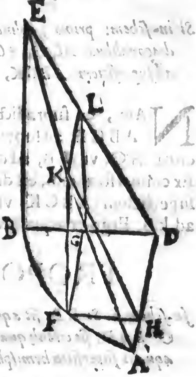
varia-

In citatæ ergo partis proposit. prim. probauimus, quod si in diagrammate posito ibidem pag. 222. (quod denuò hic apponimus, & primum nuncupabimus, ad distinctionem positi in pag. 223. quod secundum appellabitur) A B C, sit figura quælibet circa axim B D, super qua extat cylindricus rectus, qui sit sect. plano diagonali A E C: probauimus inquam, superficiem cylindricam trunci sinistri A E C (quem P. Greg. à Sancto Vicent. in lib. 9. de quadr. cir. & Ricardus Albius in calce Hemisphær. dissec. Vngulam vocitant) esse ad superficiem curuam solidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta basi si adesset (vtpotè si volueretur A B D) vt E B, ad circumferentiam circuli radij B D.

In schol. pri. adnotauimus, assertum verificari non modò de totis magnitudinibus, verum etiam de partibus proportionalibus ipsarum. Non enim (in dimidio trunco sinistro A B D E, seorsim posito facilitatis gratia, in secundo subnotate) tota superficies cylindrica E B A, est ad totam superficiem rotundam ex B F A, circa D A, reuoluta, vt E B, ad circumferentiam radij B D: sed etiam in dicta ratione, est v. g. superficies cylindrica K F A, ad superficiem ex F A. Idemque de reliquis partibus proportionalibus subintelligendum.

Ex his, & ex doctrinis vniuersalibus à nobis explicatis in lib. 4. de Infin. Parab. aliquandò conclusum fuit, dictas superficies esse quantitates proportionaliter analogas, tam quoad magnitudinem, quam





quoad grauitatem; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Hæc, & similia collecta fuerunt tunc temporis. In præsenti, alia sunt consideranda, partim tunc neglecta; partim nunc solum animaduersa.

PROPOSITIO I.

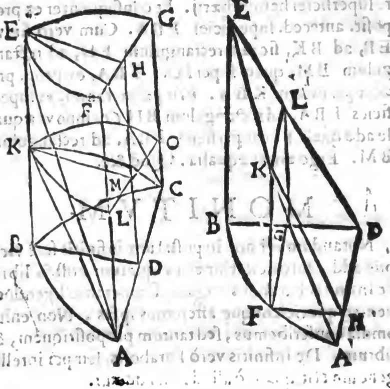
Si in schem: primo, cylindricus sit sectus duobus planis diagonalibus AC E, ACK. Erit superficies ABC E, ad superficiem ABCK, vt EB, ad BK.

NAm, ex supradicta doctrina, est superficies ABCE, ad superficiem rotundam ex ABC, circa AC, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Ex conuerso autem, est dicta superficies rotunda, ad superficiem ABCK, vt circumferentia radij BD, ad KB. Ergo ex æquali,&c. Quod &c.

PROPOSITIO II.

In schem. 2. Si EB, sit æqualis circumferentiæ radij BD, & BAD, sit circuli quadrans. Erit superficies EBA, æqualis superficiei hemisphærij, & octupla basis ABD.

QVod enim sit æqualis superficiei hemisphærij, non indiget probatione: cum ex reuolutione ABD, circa AD, generetur hemisphærium. Quod verò sit octupla ABD, patet ex famosis doctrinis Archimedis prim. de sphær. & cylind. propos. 31. vbi probat superficiem sphæræ quadruplam fore circuli maximi. Vndè superficies hemisphærij, cui est æqualis ipsa EBA, erit dupla circuli, & octupla quadrantis BAD.



PROPOSITIO III.

In primo schem. si A B D, sit circuli quadrans. Superficies K B A, erit æqualis semper rectangulo B M.

SVpponatur etenim EB, æqualis circumferentiæ radij BD. Facile deducetur ex Archim. pro-

posit. prim. de cir. quad. & ex nostro lib. 2. de Infin. Parab. proposit. 6. rectangulum ED, æquale fore superficiei hemisphærij. Et consequenter ex proposit. anteced. superficiei EBA. Cum verò sit vt EB, ad BK, sic iam rectangulum ED, ad rectangulum BM, quam superficies EBA, ex prop. pri. ad superficiem KBA. Erit permutando, vt superficies EBA, ad rectangulum BH (nempe vt æquale ad æquale) sic superficies KBA, ad rectangulum BM. Ergo erunt æqualia. Quod &c.

MONITVM.

Notandum est nos in posterum infinitis ferè vicibus adducturos citationes ex quatuor nostris libris de Infinitis Parabolis. Quod semper intelligendum veniet quotiescumque afferemus ipsas. Non enim omnia conscribemus, sed tantum propositionem, & librum. De Infinitis verò Parabolis, semper intelligendum erit, quandò aliud non addetur.

PROPOSITIO IV.

In eodem schem. si ABD, sit quadrans circuli, & KB, sit æqualis BD, semidiametro. Superficies KBA, erit æqualis quadrato circumscripto ABD, quadranti.

Nam,

NAm, cum rectangulum BM, sit æquale quadrato circumscripto quadranti, quia kB, est æqualis BD, seu DA: & cum rectangulum BM, sit ex proposit. anteced. æquale superficiei kBA. Ergo & superficies æqualis erit quadrato. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Infec: schem. si ABD, sit circuli quadrans. Superficies AFK, erit ad superficiem ABE, vt AH, ad AD (si FH, sit sinus rectus arcus FA).

QVia superficies AFk, est ad superficiem ABE, vt superficies sphærica ex FA, ad superficiem ex BFA, circa AD, reuolutis, ex supradictis; Et colligitur ex Archim. pri. de sphæ: & cylind: proposit. 40. & 41. esse superficiem sphæricam ex FA, ad superficiem sphæricam ex BFA, vt AH, ad AD. Facilè patet propositum.

SCHOLIVM.

Non dissimili modo ostenderetur, esse superficiem EBFk, ad superficiem EBA, vt DH, ad DA.

PROPOSITIO VI.

In eodem schem. si ABD, sit dimidia cuiuslibet figuræ circa diametrum BD, & EB, sit æqualis BD:

vnde consequenter KF, sit æqualis FH. Quælibet in superficie EBA, parallela EB, habebit sibi æqualem in basi BAD, parallelam BD, ductam ab eodem puncto curuæ BFA.

Res est manifestissima.

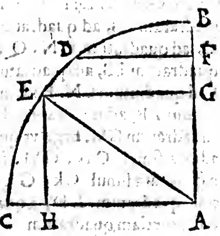
COROLLARIVM.

Ergo si BAD, sit quadrans circuli; cuilibet parallelæ, puta KF, erit æqualis aliquis sinus rectus FH, alicuius arcus, putà FA: non tamen superficies EBA, erit æqualis quadranti BAD; quia ex propofit. 4. est æqualis quadrato quadranti circumscripto. Hæc autem oriuntur ex transitus diuersitate.

PROPOSITIO VII.

Si in quadrante BCA, sint arcus BD, CE, æquales, & sint DF, EG, sinus recti arcuum BD, BE. Erunt quadrata DF, EG, simul æqualia quadrato CA.

DVcantur sinus rectus EH, arcus EC, & simidiameter EA. Quadratum EA, est æquale quadratis EH, HA. Sed quia arcus EC, est æqualis arcui DB; Quadratum EH, est æquale quadrato DF. uadratum EA, est æquale quadrato CA: & quadratum HA, est æquale quadrato



to EG. Ergo quadratum CA, erit æquale quadratis EG, DF, simul. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si super quadrante ABD, circuli sit cylindricus rectus AE, sectus plano diagonali AED, & in circumferentia basis sint quilibet arcus æquales BC, GA, & à punctis G, C, erigantur in superficie trunci, Ck, GL, latera cylindrici. Erunt illorum quadrata simul æqualia quadrato EB.

DVcantur GM, CN, sinus recti arcuum CGA; GA. Quoniam ex progressu demonstrationis prop. pri. tertiæ par. cit. Miscell. Geom. patet, esse vt EB, ad BD, sic kC, ad CN; (quod facilè agnosci

etiam poteſt in diagrammate 2.prop.antec. EB,enim eſt ad BD, vt LG,ad GD: nempe kF, ad FH) ergo & vt quadratum EB, ad quadratum BD, ſic quadratum KC, ad quadratum CN. Quare & permutando,erit quadratum EB, ad quadratum kC, vt quadratum BD,ad quadratum CN. Eodem modo probabitur,quadratum EB, ad quadratum LG, vt quadratum BD,ad quadratum GM. Ergo vt quadratum BD, ad duo quadrata ſimul CN, GM, ità quadratum EB, ad duo quadrata ſimul Ck, GL. Sed ex propoſit. antecd. quadratum BD, æquatur quadratis CN, GM. Ergo etiam quadratum EB, æquabitur quadratis kC, LG. Quod &c.

PROPOSITIO IX.

In ſchem. prop. ant. producto Ck, vſque ad O. Erit vt AM, ad AD, ſic Ok, ad FA.

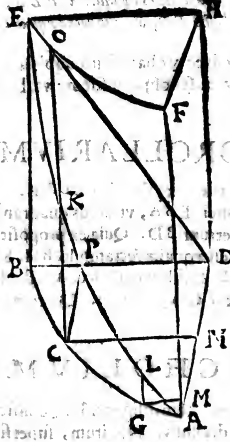
DVcatur CP, ſinus rectus arcus BC. Quoniam eſt vt EB, ad Ck, ſic BD, ad CN, ſeu ad PD: ergo per conuerſionem rationis, vt EB, ſeu OC, ad Ok, ſic DB, ad BP: nempe ſic DA, ad AM. (cum enim arcus BC, GA, ſint æquales; erunt etiam æquales eorum ſinus verſi BP, AM.) Quare & conuertendo, vt Ok, ad OC, ſeu FA, ſic AM, ad AD. Quare &c.

COROLLARIVM I.

Cum autem in propoſit. 5. pateat, eſſe vt AM, ad AD, ſic ſuperficiem AGL, ad ſuperficiem ABE: erit

erit & superficies ad superficiem, vt k O, ad F A; Quod summopere notetur.

COROLLARIVM II.



Ergo si E B, sit æqualis B D, seù D A; erit etiam

OK, æqualis AM: nempe sinui verso arcus GA. Quod etiam summopere adnotetur; erit enim hoc infra valdè necessarium.

PROPOSITIO X.

In eodem schem. superficies cylindrica EBAF, est æqualis rectangulo sub EB, & sub recta æquali curuæ BCA.

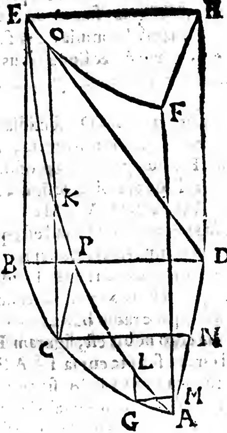
PRopositio hæc probata fuit à nobis in proposit. 8. lib. 2. & in scholijs eiusdem, vt ibidem potest conspici.

COROLLARIVM.

Ergo superficies cylindrica EBAF, erit ad superficiem trunci EBA, vt arcus quadrantis BCA, ad semidiametrum BD. Quia ex proposit. 3. superficies EBA, est æqualis rectangulo BH. Sed rectangulum sub EB, & sub æquali BCA, est ad rectangulum BH, vt BCA, ad BD. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Cupimus lectorem diligentissimè considerare, quę statim supra diximus. Nimirum, superficiem curuam cylindricam EBAF, æqualem esse rectangulo sub EB, & sub rectâ æquali arcui BCA. Si ergo intelli-



telligamus dictam superficiem curuam amittere curuitatem (quod tunc accidet, quando curua B C A, in rectam mutabitur;) nihilominus superficiei diuersæ positiones haud variant figuræ conditionem, & quantitatem. Idem ad amussim possumus rationabiliter affirmare, currere in superficie EBA. Etenim si hæc varia-

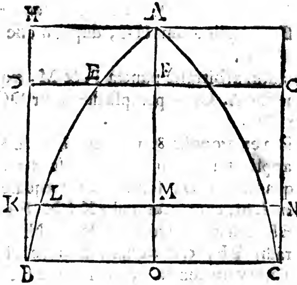
variabit positionem, & ex curua fiat recta; nequaquam naturam mutabit. Sed eandem proportionem habebit EBAF, siue recta, siue curua, ad EBA, siue rectam, siue curuam. Et omnia, quæ supra probauimus de superficie EBA, & de partibus eius, vt est curua; verificabuntur etiam de ipsa prout recta consideratur.

Si ergo EB, sit æqualis BD, semidiametro; erit figura EBA, in rectam transformata, illa figura, quam Antimus Farbius geometra profundæ indaginis in suo Opusculo de cycloide, & figura sinuum, appellat FIGVRAM SINVVM.

Non ergo sua figura sinuum aliud est, quam superficies sinistra trunci sinistri cylindrici recti existentis super circuli quadrante, & resecti diagonaliter plano transeunte per basim, & per punctum in latere, abscindens latus æquale radio basis.

Cogitandum ergo nobis est, figuram EBA, curuam, cum sibi circumscripta curua EBAF, in rectam mutari, vt arcus quadrantis BCA, sit æqualis in schemat. sequenti AO; BO, sit æqualis lateri EB, cylindrici; figura BAO, sit æqualis superficiei EBA, trunci; & parallelogrammum HO, sit æquale superficiei cylindricæ EBAF.

His statutis, figuræ ABC, (quam deinceps VNGVLÆ superficiem nuncupabimus; AO, eius axim; BO, basim; & LM, v. g. ordinatim applicatam) & genitorum solidorum ex ipsa, varias mensuras assignabimus. Et licet circa hæc prior omnibus laborauerit



uerit plusquam egregiè prædictus Antimus Farbius: nihilominus non putamus, inferius dicenda, ingrata lectori futura fore. Quamuis etenim fateamur, totam laudem Farbio ascribendam esse: attamen lectorem rogamus nostra cum assertis Farbij conferre: forsitan namque agnoscet, non superuacaneè nos eundem lapidem mouere tentasse.

PROPOSITIO XI.

Si superficies Vngulæ cum rectangulo sibi circumscripto roteturcircaaxim. Cylindrus ex rectangulo erit duplus solidi rotundi ex figura.

Esto

Esto superficies vngulæ B A O, cum sibi circumscripto rectangulo H O, & hæc rotentur circa A O. Assero, cylindrum H C, duplum esse solidi rotundi B A C.

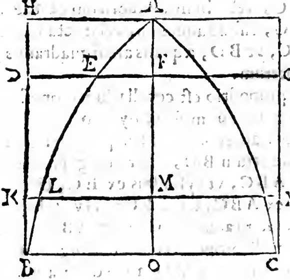
Accipiantur arbitrariè puncta F, & M, æque remota à punctis A, O; & per ipsa ducantur DG, kN, parallelæ B C.

Quoniam ex proposit. 8. quadrata E F, L M, ordinatim applicatarum, simul æqualia sunt quadrato B O: & quadrato B O, seù k M, est æquale idem quadratum L M, cum rectangulo K L N. Ergo quadratum E F, erit æquale rectangulo k L N. Ergo & circulus radij E F, erit æqualis armillæ circulari K L N. Cum verò puncta F, M, sumpta fuerint arbitrariè: ergo omnes circuli solidi A B C, paralleli basi BOC, erunt æquales omnibus armillis ex BHA, circa A O. Ergo & solida erunt æqualia. Ergo cylindrus duplus solidi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex progressu, & ex modo argumentandi, licet animaduertere, solida ex B A O, & ex B H A, esse æqualia, non tantum secundum totum, verum etiam secundum partes proportionales. Quare lector in nostris operibus exercitatus, faciliter colliget, esse quantitates proportionaliter analogas, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; tam in magnitudine, quam in grauitate.

PRO-



PROPOSITIO XII.

Si quælibet superficies Vngulæ duplicata circa axim, cum sibi circumscripto rectangulo rotetur, vel circa latus rectanguli parallelum axi; vel circa axi extra figuram distantem iuxta quancunque distantiam. Erit cylindrus, vel tubus circumscriptus solido, ad ipsum solidum, vt axis (nempe arcus quadrantis) ad semidiametrum ipsius.

A B D, superficies vngulæ sit duplicata circa B D, & ipsa cum sibi circumscripto rectangulo E C, intelligatur rotari, vel circa F C, vel circa

ca quamcunque R G, distantem ab F C; secundum quamcunque distantiam. Dico cylindrum ex rectangulo E C, vel tubum cylindricum ex eadem circa v. g. R G, esse ad annulum, vel strictum, vel latum ex A B C, vt B D, æqualis arcui quadrantis, ad semidiametrum.

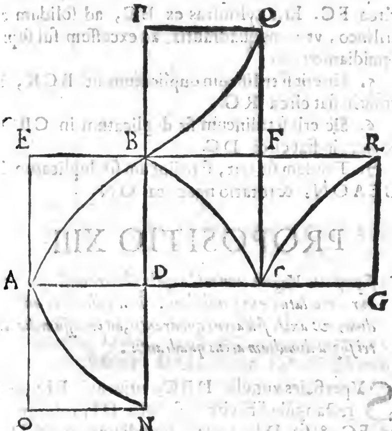
Hæc propositio est corollarium proposit. 11. lib. 2. & proposit. 29. miscell. hyperb. & parab. in quibus vniuersaliter probatur: in qualibet figura A B C, circa diametrum B D, esse rectangulum E C, ad figuram A B C, vt cylindrus ex E C, circa F C, ad solidum ex A B C, circa F C: vel vt tubus ex E C, circa R G, ad annulum latum ex A B C, circa R G. Sed ex coroll. proposit. 10. est rectangulum E C, ad figuram A B C, vt B D, arcus quadrantis, ad semidiametrum. Ergo patet propositum.

SCHOLIVM.

Ex citatis verò propositionibus, & præcipue ex 29. miscellanei, patet, figuram A B C, & annulos ex A B C, dictis modis reuoluta, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Sed ex dictis propositionibus patet, etiam dicta verificari non solum de dictis solidis, sed etiam de alijs, quæ nunc recensebimus.

1. Si superficies vngulæ D B C, duplicetur in DBCRG,



DBCRG. Erit cylindrus ex BG, circa RG, ad annulum ex DBCRG, circa RG, vt arcus quadrantis, ad semidiametrum. Idem intelligatur de annulis latis, & tubis cylindricis; nè idem, cum lectorum tædio, cogamur repetere.

2. Si duplicetur in CDBQP, & rotatio fiat circa DC, vel PQ; solida erunt in eadem ratione.

3. Si duplicetur in BAN, & rotatio fiat circa ON.

4. Si trilineum duplicatum AEBFC, rotetur circa FC. Erit cylindrus ex EC, ad solidum ex trilineo, vt arcus quadrantis, ad excessum sui supra semidiametrum.

5. Sic erit si trilineum duplicatum sit BCR, & rotatio fiat circa RG.

6. Sic erit si trilineum sit duplicatum in CBQ, & rotatio fiat circa DC.

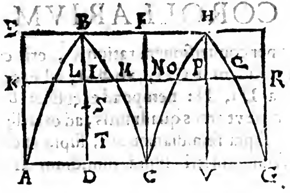
7. Tandem sic erit, si trilineum sit duplicatum in BEAON, & rotatio fiat circa ON.

PROPOSITIO XIII.

Si superficies Vngulæ cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit cylindrus ad solidum, vt axis, seu arcus quadrantis, ad excessum diametri supra dimidium arcus quadrantis.

SVperficies vngulæ DBC, cuius axis BD, cum rectangulo sibi circumscripto DF, rotetur circa FC, & sit DI, æqualis semidiametro, & DS, sit dimidia DB. Dico cylindrum BV, esse ad solidum DBCHV, vt BD, ad excessum duplæ DI, supra SD: nempe ad ID, semidiametrum, vna cum IS, excessu ipsius supra DS, dimidiam BD.

Superficies vngulæ intelligatur duplicata in ABC, cum rectangulo sibi circumscripto, & ipsa cum parallelogrammo rotetur circa FC. Quoniam ex coroll. proposit. 10. est rectangulum EC, ad figuram



ram ABC, vt BD, ad DI, & vt EC, ad ABC, ſic ex propoſit. antecedent. cylindrus EG, ad ſolidum ABCHG: & ſolidum ABCHG, eſt ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. & parab. æquale quatuor ſolidis, nempe duobus DBCHV, genitis ex reuolutione DBC, circa FC, & duobus ABC, ortis ex reuolutione DBC, circa DB. Ergo etiam cylindrus EG, erit ad duo ſolida ABC, cum duobus DBCHV, vt DB, ad DI; ſeù vt quadrupla DB, ad quadruplam DI. Ergo cylindrus BV, quarta pars cylindri EG, erit ad vnicum ſolidum ABC, cum vnico DBCHV, vt DB, ad duplam DI. Sed ex propoſit. 11. erat cylindrus BV, ſeù EC, ei æquale, ad ſolidum ABC, vt BD, ad DS. Ergo erit ad DBCHV, vt DB, ad exceſſum duplæ DI, ſupra DS: nempe ad DI, cum IS. Quod &c.

CO-

COROLLARIVM.

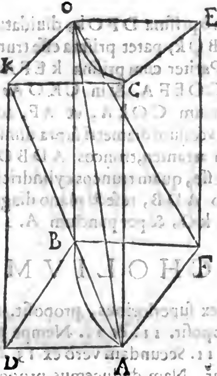
Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus BV, ad solidum BCH, vt BD, ad excessum ipsius supra DI, IS: nempe ad excessum BI, supra IS: nempe vt arcus quadrantis, ad excessum excessus ipsius supra semidiametrum, supra excessum excessus semidiametri supra dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XIV.

Si super superficie vngula, & super rectangulo ei circumscripto, sint cylindrici recti aequealti secti diagonaliter plano transeunte per axim superficiei, & per latus oppositum. Prisma, dimidium cylindrici super rectangulo, erit trunci sinistri cylindrici super superficie, duplum. Ad truncum verò dexterum erit, vt arcus quadrantis, ad excessum diametri supra dimidium arcus quadrantis.

SIt ABF, superficies vngulae, cuius basis BF, axis AF, & tam super ipsa, quam super rectangulo DF, sint cylindrici recti aequealti secti plano diagonali AKOF. Dico prisma ADBFOK, esse ad truncum sinistrum ABFO, vt 2. ad 1. Ad truncum vero dexterum COEFA, vt AF, ad excessum diametri supra dimidiam AF.

Patet, primum. Quia ex proposit. 10. lib. 2. est prisma



ma ad truncum finistrum, vt cylindrus ex D F, circa F A, ad solidum ex B A F, circa F A. Sed ex proposit 11. cylindrus est duplus solidi. Ergo &c.

Patet secundum. Quia ex citat. proposit. 10. lib. 2. prisma est ad truncum dexterum, vt cylindrus ex D F, circa D B, ad solidum ex A B F, circa B D. Sed cylindrus est ad solidum, ex proposit. anteced vt A F, ad excessum diametri supra dimidiam A F. Ergo &c.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Cum verò prisma DFOk, diuidatur in ABFO, & in ADBOk; patet prisma esse trunci ADBOk, duplum. Pariter cùm prisma kEFA, diuidatur in truncum COEFA, & in CKOA: patet prisma esse ad truncum COkA, vt AF, ad excessum ipsius supra excessum diametri supra dimidiam AF.

Notetur attamen, truncos ADBOk, CkOA, aliud non esse, quam truncos cylindrici existentis super trilineo ADB, resecti plano diagonaliter transeunte per kO, & per punctum A.

SCHOLIVM II.

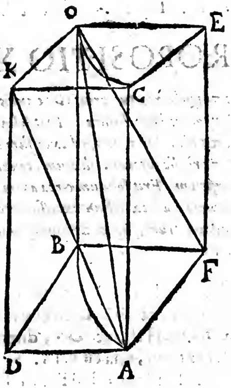
Patuit ex superioribus, proposit. 14. deductam esse ex proposit. 11. & 13. Nempe primam ipsius partem ex 11. Secundam verò ex 13. Nunc è contra operabimur. Nam deducemus proposit. 13. ex secunda parte proposit. 14. aliter ostensæ.

ALITER.

Secunda pars propositionis anteced. aliter ostensa.

Quoniam totum parallelepipedum DE, est totius cylindrici ABFEOC, vt rectangulum DF, ad superficiem ABF: nempe ex coroll. proposit. 10.

vt



vt A F, ad ſemidiametrum. Ergo priſma dimidium D E, erit ad totum cylindricum ſuper A B F, vt dimidia A F, ad ſemidiametrum: nempe vt tota A F, ad diametrum. Sed ex prima parte propoſit. eſt ad truncum ſiniſtrum ABFO, vt A F, ad ſui dimidium. Ergo erit ad reliquum truncum dexterum OCEFA, vt A F, ad exceſſum diametri ſupra dimidiam AF.

Ex his,& ex dictis in propoſit.10. lib.2. poteſt concludi

cludi proposit. 13. nimirum cylindrum ex DF, circa DB, esse ad solidum ex ABF, circa DB, vt AF, ad excessum diametri supra dimidiam AF.

PROPOSITIO XV.

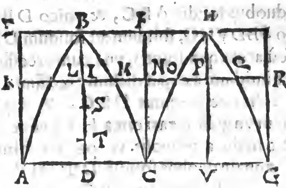
Si superficies vngulæ rotetur prius circa axim, deinde circa latus rectanguli axi parallelum. Erit solidum circa axim ad aliud, vt dimidium axis, ad excessum diametri supra ipsum. Si verò sic rotetur trilineum, excessus rectanguli supra superficiem. Erit solidum circa axim, ad aliud, vt dimidium axis, ad excessum excessus arcus quadrantis supra semidiametrum, supra excessum semidiametri supra dimidium axis.

SVperficies vngulæ DBC, rotetur prius circa axim DB, deinde circa FC. Dico esse solidum ABC, ad solidum BDCHV, vt DS, dimidia DB, ad DI, semidiametrum, vna cum TS. Si verò sic rotetur BFC Dico solidum AEBFC, esse ad solidum BCH, vt DS, ad excessum BI, supra IS.

Primum probatur. Quia solidum ABC, est ad cylindrum EC, vt DS, ad DB, ex proposit. 11. Sed cylindrus EC, seu BV, est ad solidum DBCHV, vt DB, ad DI, cum IS, ex proposit. 13. Ergo ex æquali, erit ABC, solidum, ad solidum DBCHV, vt DS, ad DI, cum IS.

Probatur secundum. Quia solidum AEBFC, est ex proposit. 11. ad cylindrum EC, vt DS, ad DB.

Sed



Sed ex coroll. proposit. 13. est EC, seu BV, cylindrus, ad solidum BCH, vt DB, ad excessum BI, supra IS. Ergo ex æquali, patet propositum.

SCHOLIVM I.

Notandum verò est, eadem proportio, quæ probatur reperiri inter solida ABC, DBCHV, probari quoque posse cadere inter truncos cylindrici existentis super superficie vngulæ ABF, in schemate prop. anteced. Et illa, quæ reperitur inter solida AEBFC, & BCH, probabitur etiam adinueniri inter truncos cylindrici super AEB, trilineo existentis.

SCHOLIVM II.

Sed cum in progressu proposit. 12, licuerit intueri solidum ABCHG, æquale fore duobus solidis ABC,

D 2 & duo-

& duobus DBCHV: patet solidum ABDVHG, esse æquale duobus solidis ABC, & vnico DBCHV. Erit ergo ABDVHG, solidum ad solidum DBCHV, vt axis, seu arcus quadrantis, vna cum excessu diametri supra dimidium axis, ad dictum excessum.

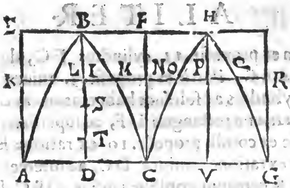
Pariter, si conciperemus DBCHV, duplicatam superficiem vngulæ rotari circa HV: eodem modo quo patuit in dicta proposit. 12. pateret solidum dictum esse æquale duobus solidis DBCHV, & duobus CHG. Et solidum ex DBC, circa HV, esse æquale duobus DBCHV, & vno CHG. Quare deducetur esse solidum ex DBC, circa HV, ad solidum CHG, vt duplus excessus diametri supra dimidium arcus quadrantis, seu axis, vna cum dimidio axis, (nempe, vt sesquialtera diametri, vna cum excessu semidiametri supra dimidium arcus quadrantis) ad dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XVI.

Si superficies vngulæ intelligatur appensa secundum basim. Hæc taliter secabitur à centro æquilibrij ipsius, vt pars terminata ad axim, sit ad reliquam, vt dimidium axis, ad semidiametrum, cum excessu ipsius supra dimidium axis.

SVperficies vngulæ DBC, intelligatur appensa secundum DC. Dico, centrum æquilibrij superficiei ità secare DC, vt pars terminata ad D, sit

ad



ad reliquam, vt DS, ad DI, cum IS.

Præsens propositio deducitur ex vniuersalissima proposit. 4. lib. 3. in qua ostenditur, secari DC, à tali centro æquilibrij, seù à centro grauitatis duplicatæ figuræ DBC, circa basim DC, in ratione solidorum ABC, DBCHV. Sed ex proposit. antecCd. solidum est ad solidum, vt DS, ad DI, cum IS. Ergo etiam in tali ratione secabitur DC, à tali centro æquilibrij; seù à centro grauitatis duplicatæ superficiei DBC, ad partes DC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed præsens propositio, quæ probata fuit ex proposit. antecedent. & ex alijs supra positis, potuisset alio modo statim deduci ex proposit. 11.

ALI-

ALITER.

Nam ex proposit. 11. cylindrus EC, duplus est solidi ABC. Porrò ex proposit. 3. vniuersalissima lib. 3. cylindrus ad solidum habet rationem compositam ex ratione rectanguli DF, ad superficiem DBC (nempe ex coroll. proposit. 10. ex ratione BD, ad DI) & ex ratione dimidiæ DC, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij ipsius DBC. Ergo ratio cylindri ad solidum, nempe BD, ad DS, componetur ex iisdem rationibus. Sed pariter ratio BD, ad DS (de foris sumpta DI) componitur ex rationibus BD, ad DI, & DI, ad DS. Ergo hæ duæ rationes æquales prioribus. Communi ergo ablata ratione BD, ad DI; rationes ID, ad DS, & dimidiæ DC, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij superficiei erunt æquales. Et antecedentium dupla: erit ergo vt dupla ID, nempe diameter, ad DS, sic CD, ad talem interceptam. Et diuidendo, & conuertendo. Erit DS, ad DI, cum IS, vt intercepta inter D, & centrum æquilibrij DBC, appensæ secundum DC, ad reliquam ipsius DC. Quod &c.

Ex centro autem æquilibrij adinuento possent vice versa deduci ea, ex quibus supra deductum fuit ipsum centrum.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Si trilineum, excessus rectanguli supra superficiem vngulæ, intelligatur sic appensum. Erit pars terminata ad diametrum, ad aliam, vt dimidium axis superficiei, ad excessum differentiæ inter semidiametrum, & axim supra differentiam semidiametri, & dimidij axis.

SEd trilineum BFC, intelligatur appensum, siuè secundum DC, siuè secundum DF. Dico partem terminatam ad B, esse ad reliquam, vt DS, ad excessum BI, supra IS. Patet, quia in tali ratione est solidum AEBFC, ad solidum BCH. Quare ex citat. proposit. 4. lib. 3. concludetur propositum.

SCHOLIVM I.

Sed centrum æquilibrij trilinei potest reperiri: quia in BF, habemus medium punctum ipsius, quod est centrum æquilibrij parallelogrammi; & centrum æquilibrij superficiei DBC, ex proposit. anteced. & ratio superficiei ad trilineum. Vnde ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, non latebit centrum æquilibrij trilinei. Sed hoc centrum, quod repertum est in hac proposit. ex proportione solidorum ex trilineo circa BD, FC, reuoluto; potest etiam aliter reperiri ex proposit. 11.

ALI-

ALITER.

Cum etiam ex dicta proposit. sit cylindrus EC, duplus solidi AEBFC, nempe vt BD, ad BS; & ratio cylindri ad solidum componatur ex ratione rectanguli DF, ad trilineum BFC, (nempe ex ratione DB, ad BI,) & ex ratione dimidiæ FB, ad interceptam inter B, & centrum æquilibrij trilinei: & cum etiam ratio DB, ad BS (de foris sumpta BI) componatur ex ratione DB, ad BI, & BI, ad BS. Rationes DB, ad BI, & huius ad BS, erunt æquales rationibus DB, ad BI, & dimidiæ FB, ad interceptam inter B, & centrum æquilibrij trilinei. Quare etiam rationes BI, ad BS, & dimidiæ FB, ad illam interceptam erunt æquales. Quare & vt antecedentium dupla: nempe erit vt dupla BI, ad BS, sic FB, ad illam interceptam. Et diuidendo, erit vt excessus duplæ BI, supra BS, nempe excessus BI, supra IS, ad BS, sic intercepta inter F, & centrum æquilibrij ad interceptam inter centrum æquilibrij, & B. Quare conuertendo patebit propositum.

SCHOLIVM II.

Ex centris æquilibrij repertis in duabus antecedentibus propositionibus, facile erit reperire centra grauitatis quorundam solidorum rotundorum, quæ in sequenti proposit. explicabimus.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Quorundam solidorum genitorum ex superficie vngulæ variè reuoluta, centrum grauitatis assignare.

1 ESto superficies vngulæ DBA, quæ intelligatur duplicata circa basim AD, & intelligamus ipsam NAB, rotari vel circa ON, vel circa aliam ab ON, distantem secundum quancumque distantiam, (quod intelligemus etiam in sequentibus) ita vt generentur annuli vel stricti, vel lati. Dico centra grauitatis horum annulorum vel secare ON (si annulus sit strictus) vel aliam ipsi æqualem circa quam fit reuolutio (si annulus sit latus) vt pars terminata ad O, sit ad reliquam, vt excessus diametri supra dimidiam BD, ad dimidiam BD. Nam ex schol. proposit. 12. superficies NAB, est proportionaliter analoga cum illis annulis. Ergo ex proposit. 13. vniuersalissima lib. 4. ità secabitur AD, à centro grauitatis figuræ NAB, ac secatur ON, à centro grauitatis annuli stricti; vel alius axis à centro grauitatis annuli lati. Sed ex proposit. 16. AD, sic secatur à centro grauitatis figuræ NAB, vt pars terminata ad A, sit ad reliquam, vt excessus diametri supra dimidiam DB, ad dimidiam DB. Quare &c.

2 Superficies vngulæ sit duplicata in CDBPQ, & rotatio fiat circa DC, vt fiat annulus strictus, vel

E circa

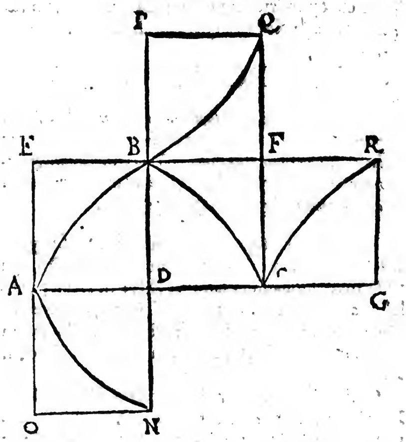
circa aliam, vt fiat annulus latus. In supra dicta ratione secabitur DC, vel alius axis, à centro grauitatis annulorum. Quia hi, ex schol. proposit. 12. cit. sunt proportionaliter analogi cum figura CDBPQ. Centrum verò grauitatis figuræ CDBPQ, secare BF, vt pars terminata ad B, sit ad reliquam, vt BD, dimidia, ad excessum diametri supra dimidiam BD, est manifestissimum ex proposit. 16. vt consideranti patet.

3 Trilineum CBF, intelligatur duplicatum in CBQ; & intelligamus ipsum rotari vel circa DC, vel circa aliam illi parallelam, vt generentur annuli stricti, & lati. Cum hi sint proportionaliter analogi cum trilineo CBQ, ex schol. proposit. 12; facile patebit ex proposit. anteced. centrum grauitatis annulorum secare vel DC, vel aliam, vt pars terminata ad D, sit ad reliquam, vt dimidia DB, ad excessum differentiæ inter DB, & semidiametrum, supra differentiam semidiametri, & dimidiæ DB.

4 Facile ex dictis agnoscetur, sic etiam secari ON, v. g. à centro grauitatis solidi geniti ex reuolutione BEAON, circa ON: ac eodem modo secari aliam extra ON, si trilinea circa ipsam voluerentur. Nempe sic, vt pars terminata ad O, sit ad reliquam, vt dictus excessus ad dimidiam DB.

SCHOLIVM.

Omnia antecedentia probata fuerunt insequendo alias



aliàs à nobis ostensa, ex proprijs demonstrationibus. In sequenti propositione adducemus ferè eandem demonstrationem, quam acutè excogitauit Farbius in propos. 8. Attamen aliqualiter ipsam variabimus: quia ipse discurrit in figura sinuum, quæ est basis determinatæ, nempe semidiametri circuli: at nos loquemur vniuersaliter in qualibet vngulæ superficie

E 2 & vtc-

& vtemur cylindrico cuiuscunque altitudinis, non æqualis axi superficiei, vt ipse facit. Esto ergo.

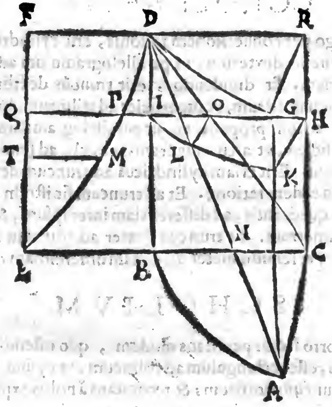
PROPOSITIO XIX.

Cylindricus rectus existens super superficie vngulæ, sectus plano diagonaliter transeunte per basim, & punctum in latere, est ad suum truncum sinistrum, vt parallelogrammum circumscriptum ipsi superficiei, ad trilineum, quod est excessus parallelogrammi supra superficiem.

SVper qualibet superficie vngulæ ABC, sit cylindricus rectus, quicunque cuius altitudo DB, qui sit sectus diagonaliter plano ADC: sit etiam parallelogrammum FB, cum superficie vngulæ FED. Dico totum cylindricum esse ad truncum sinistrum ABCD, vt parallelogrammum FB, ad trilineum EDB.

Cylindricus secetur vbilibet plano KIH, plano BAC, parallelo, & faciente in trunco sinistro sectionem LIO; & HI, producatur vsque ad P, Q: & fiat ET, æqualis FQ: & ordinatim applicetur TM. Quoniam DB, est ad DI, vt BC, seù HI, ad IO, propter similitudinem triangulorum DBC, DIO: & vt BD, ad DI, sic EF, ad FQ, seù ET. Ergo vt HI, ad IO, sic FE, ad ET. Quare etiam superficies HIK, erit ad OIL, vt FED, ad, TEM. Sed ex coroll. 1. proposit. 9. est FED, ad TEM, vt EB, seù QI, ad IP. Ergo & vt

QI



QI, ad IP, sic HIK, ad LIO. Et hoc erit vbicunque traiciatur planum. Ergo facilè concludetur, esse totum cylindricum ad suum truncum sinistrum, vt parallelogrammum FB, ad trilineum EDB. Quod &c.

CO-

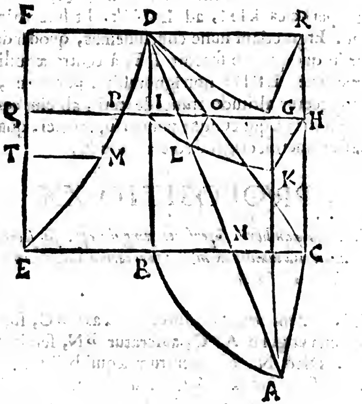
COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindricus ad truncum dexterum, vt parallelogrammum ad superficiem. Et diuidendo, erit truncus dexter ad truncum sinistrum, vt superficies ad trilineum. Cumque ex coroll. proposit. 10. sit parallelogrammum ad superficiem, vt arcus quadrantis circuli, ad semidiametrum. Erit etiam cylindricus ad truncum dexterum in eadem ratione. Et ad truncum sinistrum, vt arcus quadrantis, ad differentiam inter ipsum, & semidiametrum. Et truncus dexter ad truncum sinistrum, vt semidiameter ad dictam differentiam.

SCHOLIVM.

Porrò lector pensitans modum, quo ostendimus supra, esse rectangulum ad trilineum, vt cylindricus ad truncum sinistrum; & recogitans à nobis explicata in lib. 4. facile ingenio assequetur, trilineum prædictum, & dictum truncum sinistrum, esse magnitudines proportionaliter analogas, tam in quantitate, quam in grauitate: tam secundum totum quam secundum partes proportionales. Quare si aliquando habebitur, in quo puncto secetur DB à centro æquilibrij trilinei EDB, appensi secundum DB: nec etiam ignorabitur in quo puncto secetur altitudo trunci dicti sinistri ab eius centro grauitatis. Licet

ex



ex hoc haud sciatur à quo puncto superficiei A B C, erigenda sit dicta altitudo.

Immo reflectendo supra modum, quo ostensum fuit, parallelogrammum esse ad trilineum, vt cylindricus ad truncum sinistrum; facile etiā percipiet, etiam superficiem esse quantitatem proportionaliter analogam cum trunco dextero. Etenim, cum sit,

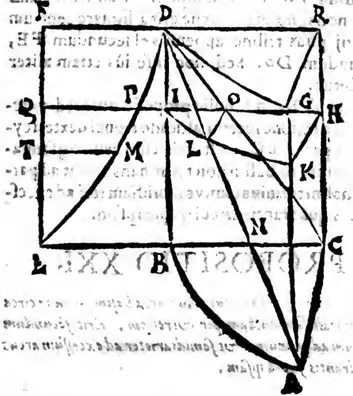
vt

vt QI, ad IP, sic planum KIH, ad planum LIO: erit etiam per conuersionem rationis, QI, ad QP, vt superficies kIH, ad LOHk. Et hoc vbicunque. Ergo etiam nunc concludemus, quod si dabitur in quo puncto secetur FE, à centro æquilibrij superficiei EFD: non ignorabitur punctum, in quo secetur altitudo trunci dexteri, ab eius centro grauitatis; à quocunque puncto superficiei, quæ est basis trunci, sit erigenda dicta altitudo.

PROPOSITIO XX.

Centrum æquilibrij superficiei vngulæ appensæ secundum axim, ita diuidit axim, vt pars terminata ad verticem, sit æqualis semidiametro.

IN schem. proposit. anteced. ex axi BC, superficiei vngulæ ABC, auferatur BN, semidiameter. Dico N, esse centrum æquilibrij superficiei appensæ secundum BC, seù grauitatis duplicatæ superficiei ad partes BC. Super superficie intelligatur cylindricus rectus quilibet, sectus plano ADC, vt in proposit. anteced. Ergo ex proposit. vniuersallissima Torricellij, quam adduximus in pri. proposit. lib. 3. truncus dexter est ad truncum sinistrum in ratione reciproca partium BC, resectæ à centro æquilibrij superficiei. Sed ex coroll. proposit. anteced. truncus dexter, est ad truncum sinistrum, vt semidiameter, ad excessum arcus quadrantis supra ipsam; nem-



nempe ex constructione, vt BN, ad NC. Ergo N, erit centrum quæsitum.

SCHOLIVM.

Cum ergo ex præsenti proposit. habeamus centrum æquilibrij figuræ FED, appensæ secundum

F FE;

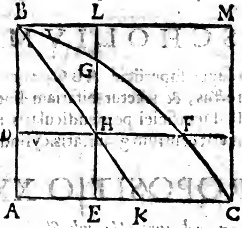
FE; & pariter habeamus centrum æquilibrij parallelogrammi FB; & ratio superficiei ad trilineum EDB, non ignoretur: facile erit assignare centrum æquilibrij ipsius trilinei appensi vel secundum FE, vel secundum DB. Sed hoc inferiùs etiam aliter assignabitur.

Item ex dictis in scholio proposit. anteced. patebit, in qua ratione secetur altitudo trunci dexteri cylindrici super ABC, existentis à suo centro grauitatis. Pars enim ad basim non terminans, erit ad partem ad basim terminatam, vt semidiameter ad excessum arcus quadrantis circuli supra ipsam.

PROPOSITIO XXI.

Si superficies vngulæ rotetur prius circa basim, deinde circa basi parallelam ductam per verticem. Erit secundum solidum ad primum, vt semidiameter ad excessum arcus quadrantis supra ipsam.

SVperficies vngulæ ABC, cuius axis AB, basis AC, rotetur circa AC, deinde circa BM, parallelam AC, & sit BD, æqualis semidiametro. Dico solidum ex ABC, circa BM, esse ad solidum circa AC, vt BD, ad DA. Ratio petatur ex proposit. 4. vniuersalissima lib. 3. Quia ex proposit. anteced. D, est centrum æquilibrij ABC.



PROPOSITIO XXII.

Superficiei Vngulæ centrum grauitatis assignare.

AXis BA, superficiei ABC, secetur, vt BD, æquetur semidiametro, vt D, sit centrum æquilibrij superficiei appensæ secundum axim, ex proposit. 20. Si ergo ducatur DF, horizonti normalis: in ipsa erit centrum grauitatis superficiei. Pariter sic secetur basis AC, in E, vt AE, sit ad EC, vt dimidium axis BA, ad excessum diametri supra ipsum dimidium, vt ex proposit. 16. E, sit centrum æquilibrij superficiei appensæ secundum AC. Si ergo per E, ducatur EG, horizonti normalis, in

ipſa erit centrum grauitatis; & in puncto H, in quo ſecat DF. Repertum eſt ergo, &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

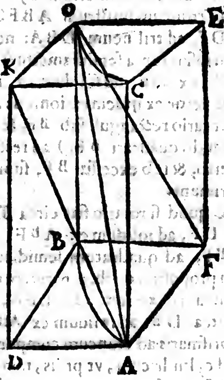
Si ergo ſuper ſuperficie ABC, concipiatur cylindricus rectus, & ſecetur bifariam linea erecta à puncto H, ſuperficiei perpendicularis: punctum biſſectionis erit centrum grauitatis cylindrici.

PROPOSITIO XXIII.

Si ſuperficies vngulæ cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa baſim. Erit cylindrus ex rectangulo ad ſolidum ex ſuperficie, vt dimidium quadrati axis ſuperficiei, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu axis ſupra ipſam. Si verò rotetur circa latus baſi parallelum. Erit cylindrus ad ſolidum, vt dictum dimidium quadrati, ad quadratum ſemidiametri.

SVperficies vngulæ ABF, cuius axis BF, rectangulum circumſcriptum DF, rotetur cum ipſo circa baſim AF. Dico primo, cylindrum ex DF, eſſe ad ſolidum ex ABF, circa AF, vt dimidium quadrati BF, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub exceſſu BF, ſupra ipſam. Concipiatur cylindricus rectus DE, ſectus plano AKOF. Ipſe ſectus erit in duo priſmata æqualia: & cylindricus ſuper ABF, ſectus erit

in



in duos truncos. Et ex proposit. 10. lib. 2. & ex suis scholijs, erit prisma DFOk, ad truncum sinistrum ABFO, vt cylindrus ex DF, circa FA, ad solidum ex ABF, circa FA. Sed ratio prismatis ad truncum ABFO, componitur ex ratione ipsius ad totum cylindricum super ABF, & ex ratione huius ad truncum sinistrum ABFO. Prisma ad cylindricum super ABF, est vt dimidium rectanguli DE, ad

ipsa erit centrum grauitatis; & in puncto H, in quo secat DF. Repertum est ergo,&c. Quod &c.

SCHOLIVM.

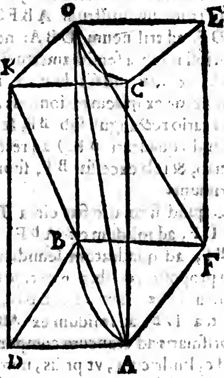
Si ergo super superficie ABC, concipiatur cylindricus rectus, & secetur bifariam linea erecta à puncto H, superficiei perpendicularis: punctum bissectionis erit centrum grauitatis cylindrici.

PROPOSITIO XXIII.

Si superficies vngulæ cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa basim. Erit cylindrus ex rectangulo ad solidum ex superficie, vt dimidium quadrati axis superficiei, ad rectangulum sub semidiametro, & sub excessu axis supra ipsam. Si verò rotetur circa latus basi parallelum. Erit cylindrus ad solidum, vt dictum dimidium quadrati, ad quadratum semidiametri.

Superficies vngulæ ABF, cuius axis BF, rectangulum circumscriptum DF, rotetur cum ipso circa basim AF. Dico primo, cylindrum ex DF, esse ad solidum ex ABF, circa AF, vt dimidium quadrati BF, ad rectangulum sub semidiametro, & sub excessu BF, supra ipsam. Concipiatur cylindricus rectus DE, sectus plano AKQF. Ipse sectus erit in duo prismata æqualia: & cylindricus super ABF, sectus erit

in



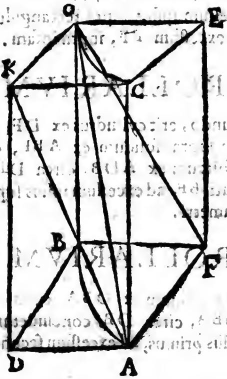
in duos truncos. Et ex proposit. 10. lib. 2. & ex suis scholijs, erit prisma DFOk, ad truncum sinistrum ABFO, vt cylindrus ex DF, circa FA, ad solidum ex ABF, circa FA. Sed ratio prismatis ad truncum ABFO, componitur ex ratione ipsius ad totum cylindricum super ABF, & ex ratione huius ad truncum sinistrum ABFO. Prisma ad cylindricum super ABF, est vt dimidium rectanguli DF, ad

ad ipsam ABF: nempe ex coroll. proposit. 10. vt dimidia BF, ad semidiametrum. Cylindricus super ABF, est ad truncum sinistrum ABFO, ex proposit. 19. vt DF, ad trilineum DBA: nempe vt BF, ad excessum ipsius supra semidiametrum. Ergo etiam ratio cylindri ex DF, ad solidum ex ABF, circa AF, componetur ex ijsdem rationibus. Sed ex illis componitur ratio rectanguli sub BF, & dimidia BF, (nempe dimidij quadrati BF,) ad rectangulum sub semidiametro, & sub excessu BF, supra ipsam. Ergo patet primum.

Dico sec. quod si rotatio fiat circa DB. Erit cylindrus ex DF, ad solidum ex ABF, vt dimidium quadrati BF, ad quadratum semidiametri. Ex cit. etenim proposit. 10. lib. 2. patet, prisma OCAF, esse ad truncum dexterum OCEFA, vt cylindrus ex DF, circa DB, ad solidum ex ABF, circa DB. Sed ratio prismatis ad truncum componitur ex ratione ipsius ad cylindricum, vt prius; nempe ex ratione dimidiæ BF, ad semidiametrum: & ex ratione cylindrici ad truncum dexterum: nempe ex ratione BF, ad semidiametrum. Quare facile concludetur propositum.

SCHOLIVM I.

Ex progressu autem demonstrationis, incidenter manifestatæ fuerunt cubationes truncorum cylindrici super ABF, existentis, resecti plano diagonali AFO,



A F O. Ex quibus etiam habebimus faciliter cubationes truncorum cylindrici super trilineo DBA, existentis, resecti plano diagonali kOA.

COROLLARIVM I.

Ergo primo per conuersionem rationis, erit cylindrus ex DF, circa AF, ad excessum ipsius supra soli-

solidum ex ABF, circa AF; nempe ad solidum ex trilineo ADB, circa AF, vt dimidium quadrati BF, ad excessum ipsius supra rectangulum ex semidiametro in excessum BF, supra ipsam.

COROLLARIVM II.

Ergo secundo, erit cylindrus ex DF, circa DB, ad excessum supra solidum ex ABF, circa DB; nempe ad solidum ex ADB, circa DB, vt dimidium quadrati BF, ad excessum ipsius supra quadratum semidiametri.

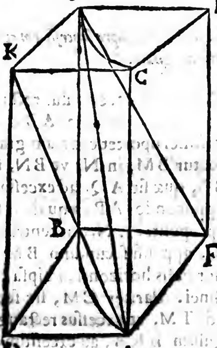
COROLLARIVM III.

Ergo tertio solidum ex DBA, circa AF, ad solidum ex DBA, circa DB, concludetur ex æquali, esse vt excessus primus, ad excessum secundum.

COROLLARIVM IV.

Cumque DA, secetur à centro æquilibrij trilinei DBA, appensi secundum DA, ex proposit. 4 lib. 5. in ratione dictorum solidorum; sic secabitur DA, à prædicto centro æquilibrij, vt pars terminata ad A, sit ad reliquam, vt primus excessus, ad secundum excessum.

CO-



COROLLARIVM V.

Cum verò ex ſchol. propoſit. 19. ità ſecetur DA, à centro æquilibrij, ſicuti ſecatur altitudo trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſuperficie vngulæ: patebit talem altitudinem ſecari in ratione prædicta.

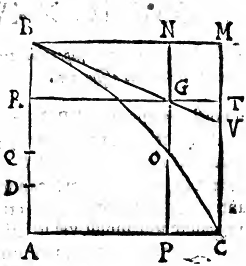
PROPOSITIO XXIV.

Trilinei, excessus rectanguli supra superficiem vngulæ, centrum grauitatis assignare.

Esto C B M, trilineum, excessus rectanguli AM, supra superficiem vngulæ A B C, cuius axis B A. Huius trilinei oportet centrum grauitatis assignare. Diuidatur B M, in N, vt B N, sit ad N M, vt dimidia B A, quæ sit A Q, ad excessum B R, supra R Q (supponendo A R, æqualem semidiametro.) Ergo ex proposit. 17. N, erit centrum æquilibrij trilinei B M C, appensi secundum B M. Si ergo ducatur N P, normalis horizonti, in ipsa erit centrum grauitatis trilinei. Pariter C M, sic secetur in T vt C T, sit ad T M, vt excessus rectanguli B A Q supra rectangulum B R A, ad excessum eiusdem rectanguli B A Q, supra quadratum R A. Ergo ex coroll. 4. proposit. anteced. erit T, centrum æquilibrij eiusdem trilinei appensi secundum M C. Ergo si ducatur T G, parallela B M, occurrens N P, in G, repertum erit G, centrum grauitatis trilinei. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Etiam ergo nunc, si super trilineo concipiamus cylin-



lindricum rectum : in medio eius axis erecti à puncto G, erit cylindrici centrum grauitatis.

SCHOLIVM II.

Centrum verò grauitatis trilinei possumus etiam aliter reperire ex centro grauitatis rectanguli AM; ex centro grauitatis superficiei ABC, supra reperto; & ex ratione superficiei ad trilineum iam nota.

Sed ex centris æquilibrij superficiei vngulæ ABC, appensæ secundum BA, & trilinei BMC, appensi secundum MC, facile erit reperire centra grauitatis quorundam solidorum, quæ sequenti proposit. explicabimus.

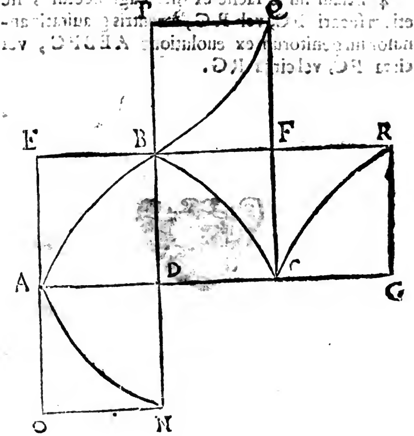
PROPOSITIO XXV.

Quorundam solidorum genitorum ex superficie vngulæ variè reuoluta, centra grauitatis assignare.

1 ESto superficies vngulæ ABD, quæ intelligatur duplicata circa axim BD, & intelligamus ipsam ABC, rotari vel circa FC, vel circa aliam RG, extra figuram positam secundum quamcunque distantiam (quod intelligemus etiam in sequentibus) vt generentur annuli vel stricti, vel lati. Dico centrum grauitatis horum annulorum secare FC, vel RG, vt pars terminata ad F, vel R, sit ad reliquam, vt semidiameter, ad excessum BD, suprà ipsam. Etenim ex schol. proposit. 12. superficies ABC, est proportionaliter analoga cum illis annulis. Ergo ex proposit. 13. lib. 4. secabitur FC, vel RG, à centro grauitatis annulorum, vt secatur BD, à centro grauitatis superficiei ABC. Nempe in prædicta ratione, ex proposit. 20.

2 Superficies vngulæ DBC, sit duplicata in DBCRG, & rotatio fiat vel circa RG, vel circa aliam. Eodem modo patebit, RG, vel aliam sic secari à centro grauitatis annulorum, vt pars terminata ad R, sit ad reliquam, in ratione supra explicata.

3 Trilineum BFC, intelligatur duplicatum in BCR, & pariter intelligatur rotari vel circa BD, vel circa aliam vtcunque distantem, putà EA. Annuli



nuli erunt proportionaliter analogi cum BCR. Ergo ex coroll. 4. proposit. 23. BD, v. g. taliter secabitur à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad D, sit ad reliquam, vt excessus dimidij quadrati BD, supra rectangulum sub semidiametro, & excessu BD,

ſupra ipſam, ad exceſſum eiuſdem dimidij quadrati B D, ſupra quadratum ſemidiametri.

4 Etiam nunc facile ex dictis agnoſcetur, ſic etiam ſecari F C, vel R G, à centris grauitatis annulorum genitorum ex reuolutione A E B F C, vel circa F C, vel circa R G.

D E

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO SECVNDA.

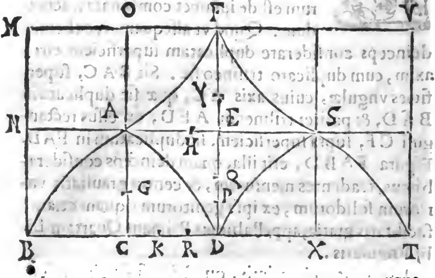
EGimus hucusque de ipsa superficie vngulæ solitariè sumpta, & de solidis quibusdam ex ipsa genitis; in posterum est de ipsamet combinata tractandum. Quod vt assequamur, debemus deinceps considerare duplicatam superficiem circa axim, cum duplicato trilineo sic. Sit B A C, superficies vngulæ, cuius axis A C, quæ sit duplicata in B A D, & pariter trilineum A E D, excessus rectanguli C E, supra superficiem, sit duplicatum in F A D. Figura F A B D, erit illa, quam deinceps considerabimus, tradentes mensuram, & centra grauitatis variorum solidorum, ex ipsa genitorum; quam etiam facilitatis gratia, appellabimus Primam Quartam Lilij Vngularis.

Patet autem in primis, quod si ipsi sit circumscriptum

ptum rectangulum MD, hoc erit duplum figuræ FABD. Trilineum enim FAE, est æquale trilineo BNA.

Insuper patet, flexuosam lineam FAB, esse dimetientem rectanguli MD: & figuram BAFM, esse æqualem,& similem ipsi BAFD.

Sed vltra hoc,ex dictis supra,patet,figuræ FABD, tam appensæ secundum FD (quam axim appellabimus,) quam secundum BD, (pariter basim vocatam) haberi centra æquilibrij. Ipsius quidem appensæ secundum FD, quia habetur punctum E, centrum æquilibrij trilinei FAD. Sed etiam habetur ipsius BAD, centrum æquilibrij; quia hoc ex proposit. 20. taliter secabit ED, v. g. in P, vt EP,



æque;

æquetur semidiametro. Si ergo EP, sic secetur in Q, vt EQ, sit ad QP, vt BAD, ad FAD, nempe, vt EP, ad PD. Punctum Q, erit centrum quæsitum.

Ipsius autem appensæ secundum BD, itidem habebitur centrum æquilibrij. Quia habetur C, centrum æquilibrij figuræ BAD. Item si CD, sic secetur in R, vt sit CR, ad RD, vt dimidia CA, ad excessum differentiæ inter semidiametrum, & AC, supra differentiam semidiametri, & dimidiæ CA. Erit ex proposit. 17. R, centrum æquilibrij trilinei DAF, appensi secundum BD. Si ergo CR, sic diuidatur in K, vt sit RK, ad kC, reciproce, vt BAD, ad FAD; nempe iterum, vt semidiameter EP, ad PD. Erit punctum K, centrum quæsitum.

Huius ergo figuræ vtroque modo appensæ, habemus centra æquilibrij. Porrò hæc alijs modis sunt deinceps indaganda, vt aptius nobis inseruiant.

PROPOSITIO XXVI.

Si prima quarta Lilij vngularis rotetur circa basim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ad solidum, vt dimidium quadrati axis figuræ, ad duplum rectangulum sub semidiametro, & sub excessu arcus quadratis supra ipsam, vna cum dicti excessus quadrato. Nempe ad excessum quartæ partis quadrati axis, supra quadratum semidiametri.

Figura BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD: & sit EP, æqualis semidiametro. Dico cylindrum ex MD, esse ad solidum ex BAFD, vt rectangulum FDE (quod est dimidium quadrati FD) ad duo rectangula EPD, cum quadrato PD: nempe ad excessum quadrati DE, quod est quarta pars quadrati DF, supra quadratum semidiametri EP.

Quoniam enim ex proposit. 23. est cylindrus NX, ad solidum BADS, vt dimidium quadrati ED, ad rectangulum EPD: Ergo cylindrus MT, qui est huius quadruplus, erit ad idem solidum, vt duplum quadratum ED, nempe vt rectangulum FDE, ad idem rectangulum EPD. Pariter quoniam ex schol. proposit. 12. est cylindrus OT, ad solidum FADST, vt ED, ad DP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri OT, erit ad dictum solidum, vt FD, dupla DE, ad eandem DP; nempe vt rectangulum FDE, ad rectangulum EDP: nempe ad rectangulum EPD, cum quadrato PD. Ergo colligendo omnia consequentia, erit cylindrus MT, ad ambo solida, nempe ad solidum FABST, vt rectangulum FDE, ad duplum rectangulum EPD, cum quadrato PD: nempe ad excessum quadrati DE, arcus quadrantis, supra quadratum EP, semidiametri. Quod &c.

CO-



COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit dictus cylindrus ad exceſſum ſupra illud ſolidum, nempe ad illud, quod generatur ex reuolutione MFAB, circa BD, vt idem rectangulum FDE, ad exceſſum ſui ſu-

pra duo rectangula EPD, cum quadrato PD: nempe ad duo quadrata DE, EP.

SCHOLIVM I.

Porrò, quoniam duæ figuræ BAFM, FABD, sunt omniquaquè æquales; vnde excessus cylindri ex MD, supra solidum ex FABD, circa BD, nempe solidum ex MFAB, circa BD, est æquale solido ex FABD, circa MF: ergo cylindrus idem ex MD, vel circa BD, vel circa MF, erit ad solidum ex FABD, circa MF, vt rectangulum FDE, ad duo quadrata DE, EP. Quare facile poterimus concludere, solidum ex FABD, circa MF, esse ad solidum ex FABD, circa BD, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangula EPD, cum quadrato PD.

Ex quibus, & ex proposit. 4. lib. 3. poterimus concludere, Q, centrum æquilibrij figuræ FABD, appensæ secundum FD, sic secare FD, vt FQ, sit ad QD, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangula EPD, cum quadrato PD: nempe ad quadratum DE, minus quadrato EP.

SCHOLIVM II.

Deductum est ergo in schol. antec. solidum ex FABD, circa MF, esse ad solidum ex FABD, circa BD, vt duo quadrata DE, EP, ad duo rectangu-la



la EPD, cum quadrato PD. Cum verò intellecta figura FABD, duplicata in FABST; & rotata circa VT, ex proposit. 30. miscell. hyperb. fit annulus genitus æqualis quatuor solidis, quorum duo oriantur ex reuolutione FABD, circa MF, & duo circa BD: vnde consequenter annulus latus ex reuolutione FABD, circa VT, fit æqualis duobus ex FABD,

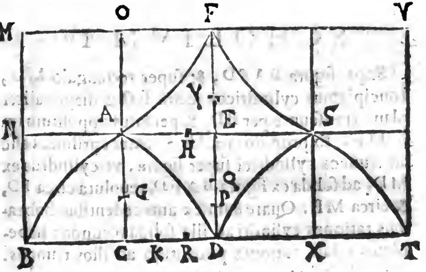
circa

circa BD, & vno circa MF. Erit annulus dictus ortus ex reuolutione FABD, circa VT, ad ortum vel ex BAFD, circa MF, vel ex BSTD, circa VT, vt quadrata DE, EP, cum quadruplo rectangulo EPD, & cum duplo quadrato DP, ad quadrata DE, EP. Cumque quadrata EP, PD, cum duplo rectangulo EPD, sint æqualia quadrato ED. Erit ille annulus ad illud solidum, vt duplum quadratum DE (nempe dimidium quadrati axis FD) vna cum duplo rectanguli EPD, cum quadrato PD (nempe cum differentia inter quadrata ED, arcus quadrantis, & EP, semidiametri) ad quadrata DE, arcus quadrantis, & EP, semidiametri.

SCHOLIVM III.

Sed ex Q, centro æquilibrij prædicto, licebit colligere etiam centra grauitatis duorum solidorum, quæ nunc explicabuntur. In primis, cogitemus figuram BAFD, cum rectangulo MD, duplicari ad partes FD, vt fiat BAFST; & mente intelligamus hanc duplicatam figuram cum duplicato rectangulo MT, rotari vel circa MB, vel circa aliam extra MB, vtcunque positam, ipsi parallelam, quæ annulorum genitorum ex duplicata figura sint axes, vt sæpe explicatum fuit. Cylindrum genitum esse duplum solidi geniti, constat ex proposit. 11. lib. 2. quia est ad ipsum, vt rectangulum ad figuram; nempe in ratione dupla. Sed cum duplicata figura sit proportionaliter

liter



liter analoga cum dictis annulis ex ipsa genitis, vt colligitur ex proposit. 29. miscell. hyper: & parab: & ex suo scholio. Patebit vel M B, axem annuli stricti, vel axem annuli lati, sic secari à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad M, sit ad partem terminatam ad B, vt duo quadrata D E, E P, ad duo rectangula E P D, cum quadrato D P.

Quod si mente cogitemus figuram F A B D, duplicari non ad partes F D, sed ad partes M B, cum rectangulo circumscripto (quo casu figura esset similis, & æqualis ipsi M B A F S Γ V, sed inuersè posita) & rotationem fieri vt prius. Iisdem modis concludemus, & cylindrum duplum esse solidi, & F D, v. g. sic

secari

secari à centro grauitatis annuli stricti: sicuti secatur à centro grauitatis ipsius B A F S T.

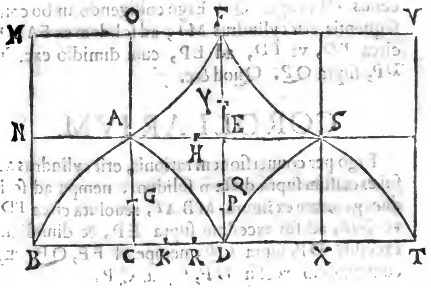
SCHOLIVM IV.

Super figura B A F D, & super rectangulo M D, concipiamus cylindricos rectos sectos diagonaliter plano transeunte per B D, & per latus oppositum ipsi M F. Ex proposit. 10. lib. 2. patet, prismata esse ad truncos cylindrici super figura, vt cylindrus ex M D, ad solida ex figura B A F D, reuoluta circa B D, & circa M F. Quare cum ex antecedentibus habeamus rationes cylindri ad illa solida rotunda: habebimus etiam rationes prismatum ad illos truncos. Quare habebimus cubationes truncorum cylindrici super B A F D, existentis secti, vt supra dictum fuit.

PROPOSITIO XXVII.

Si Prima Quarta Lilij vngularis rotetur circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex figura, vt axis figuræ, nempe arcus semicirculi, ad semidiametrum, vna cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

SEd supponamus E Q, esse dimidiam D E, nempe arcus quadrantis; & intelligamus figuram B A F D,



BAFD, cum rectangulo MD, rotari circa FD. Aio cylindrum ad solidum genitum, esse vt FD, axis figuræ, seu arcus semicirculi, ad EP, cum dimidio excessus DP, supra PQ.

Quoniam enim ex proposit. 12. est cylindrus NT, ad annulum strictum BADST, vt ED, ad EP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri NT, erit ad talem annulum, vt FD, dupla DE, ad EP. Pariter, quoniam ex coroll. proposit. 13. est cylindrus AX, ad solidum ADS; nempe cylindrus OX, eius duplus ad solidum FADS, eius duplum, vt ED, ad excessum DP, supra QP. Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad solidum FADS,

vt quadrupla DE, ad excessum DP, supra QP; nempe vt dupla DE, hoc est FD, ad dimidium excessus DP, supra QP. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum ex FABD, circa FD, vt FD, ad EP, cum dimidio excessu DP, supra QP. Quod &c.

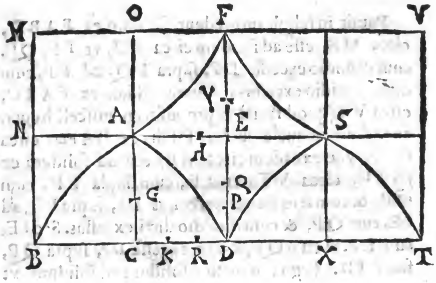
COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, nempe ad solidum genitum ex figura MBAF, reuoluta circa FD, vt FD, ad sui excessum supra EP, & dimidium excessus DP, supra QP; nempe ad FE, QP, vna cum dimidio excessu DP, supra QP.

SCHOLIVM I.

Porrò, quoniam etiam in præsentiarum, solidum ex MBAF, reuoluta circa FD, est vndequaque æquale solido ex figura BAFD, reuoluta circa MB: ergo cylindrus idem ex MD, vel circa FD, vel circa MB, erit ad solidum ex FABD, circa MB, vt FD, ad FE, QP, cum dimidio excessu DP, supra QP. Quare facile licebit etiam nunc concludere, solidum ex figura FABD, circa MB, esse ad solidum ex eadem circa FD, vt FE, QP, cum dimidio excessu DP, supra QP, ad EP, cum dicto dimidio excessu DP, supra QP.

Ex



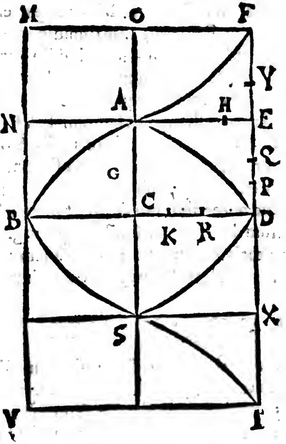
Ex quibus pariter, & ex proposit. 4. lib. 3. poterimus concludere, k, v. g. centrum æquilibrij figuræ FABD, appensæ secundum BD, sic secare BD, vt BK, sit ad kD, vt FE, QP, & cum dimidio excessu DP, supra QP, ad EP, cum dicto dimidio excessus. Nempe vt arcus quadrantis, vna cum excessu semidiametri supra dimidium arcus quadrantis, & dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum, vna cum dimidio dicti exc essus.

SCHOLIVM II.

Patuit in schol. antecedent. solidum ex F A B D, circa M B, esse ad solidum circa F D, vt F E, Q P, cum dimidio excessu D P, supra P Q, ad E P, cum dicto dimidio excessus. Quare solidum ex F A B D, circa V T (quod facilè ex proposit. 30. miscell. hyper. agnoscetur æquale duobus solidis ex B A F D, circa F D, & vno ex eadem circa M B) erit ad solidum ex F S T D, circa V T, vt F E, cum dupla E P, cum Q P, & cum sesquialtero excessus D P, supra P Q, ad F E, cum Q P, & cum dimidio dicti excessus. Sed F E, cum E P, & cum Q P, & cum excessu D P, supra Q P, facit F D. Ergo erit dictum solidum ad solidum, vt F D, cum E P, & cum dimidio excessus D P, supra P Q, ad F E, cum Q P, & cum dicto dimidio excessus. Nempe vt arcus semicirculi, cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad arcum quadrantis, vna cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dicto dimidio excessus.

SCHOLIVM III.

Ex k, autem centro æquilibrij prædicto, habebimus etiam centra grauitatis duorum solidorum. Primo



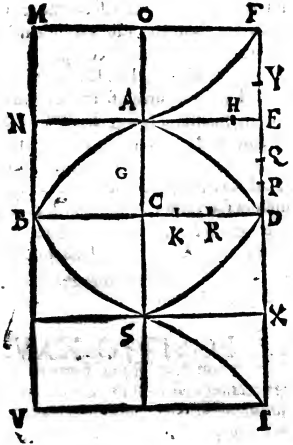
mo si concipiamus figuram F A B D, cum rectangulo M D, duplicari ad partes B D, in F A B S T, & omnia hæc rotari circa M F, vt fiat ex figura annulus, & ex rectangulo cylindrus. Erit cylindrus duplus solidi, vt constat ex proposit. 11. lib. 2. Sed cum duplicata figura sit proportionaliter analoga cum annulo, ex proposit. 29. miscell. hyperb. patebit ex

præsenti proposit. sic secari MF, à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad M, sit ad partem terminatam ad F, vt FE, QP, cum dimidio excessu DQ, supra QP, ad EP, cum dicto dimidio excessu: In eadem ratione secaretur axis annuli lati, si rotatio fieret circa aliam vtcunque distantem ab MF.

Quod si mente statuamus figuram FABD, duplicari ad partes FM, vt sit similis VTSBAFM, & rotationem fieri vel circa BD, vt fiat annulus strictus, vel circa aliam ab ipsa distantem, vt fiat annulus latus. Non aliter ac supra factum fuit concludetur, & cylindrum duplum fore solidi: & k, v. g. esse centrum grauitatis annuli stricti: ac in eadem ratione secari axem annuli lati ab eius centro grauitatis.

SCHOLIVM IV.

Cogitetur etiam tam supra figuram FABD, quam supra rectangulum MD, existere cylindricos rectos æquealtos, sectos diagonaliter plano transeunte per FD, & per latus oppositum ipsi MB. Cum prismata sint, ad truncos cylindrici super figura FABD, vt cylindrus ex MD, ad solida ex figura reuoluta tam circa FD, quam circa MB: & cum ex præsenti proposit. habeamus rationem cylindrici ad illa solida ex figura: habebimus etiam cubationes truncorum cylindrici existentis super figura, ac secti modo explicato.



SCHOLIVM V.

Vt patuit ex ſuperioribus, adinuenimus centra æquilibrij figuræ F A B D, appenſæ tam ſecundum F D, quam ſecundum B D. Ex quibus repertis facile erit reperire figuræ centrum grauitatis. Etenim ſi per

per k, vnum centrum æquilibrij ducatur perpendicularis horizonti, & etiam alia ducatur per Q; vbi se secabunt, ibi erit centrum grauitatis prædictum.

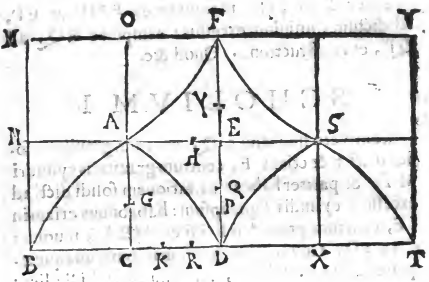
Hoc verò potest etiam aliter colligi. G, enim v.g. centrum grauitatis ipsius BAD, inuentum est ex proposit. 20. Pariter ex propos. 17. repertum est v.g. H, centrum grauitatis ipsius FAD. Si ergo hæc mente intelligamus coniuncta, & linea nectens sic secetur, vt pars terminata ad H, sit ad partem terminatam ad G, reciprocè, vt BAD, ad FAD. Erit punctum sectionis, ex famosis doctrinis Archimedis in æquepond. centrum quæsitum.

Reperto autem centro grauitatis ipsius FABD, sciemus etiam vbi erit centrum grauitatis cylindrici recti super ipsa existentis.

PROPOSITIO XXVIII.

Centrum grauitatis solidi ex Prima Quarta Lilij vngularis circa axim reuoluta, sic diuidit semidiametrum ab axi abscindendam, incipiendo à dimidio axis versus basim, vt pars versus verticem, sit ad reliquam, vt semidiameter ad dimidium excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

EP, sit æqualis semidiametro, & sic diuidatur in Q, vt EQ, sit ad QP, vt EP, ad dimidium excessus DP, suprà differentiam inter EP, & dimidium



diam ED. Dico, Q, esse centrum grauitatis solidi ex FABD, reuoluta circa FD. Quod enim E, sit centrum grauitatis solidi FADS, patet manifestè. Quod etiam P, sit centrum grauitatis solidi BADST, liquet ex dictis. Tunc ergo Q, erit centrum grauitatis solidi totius, quando erit reciprocè EQ, ad QP, vt solidum ex BAD, ad solidum ex FAD. Sed solidum ex BAD, esse ad solidum ex FAD, vt EP, ad dimidium excessus DP, supra differentiam inter EP, & dimidiam ED, elicitur ex progressu demonstrationis antecedent. in qua, cum ostensum sit esse cylindrum ex MD, ad solidum ex BAD, vt FD, ad EP; & pariter cum ostensum sit esse dictum

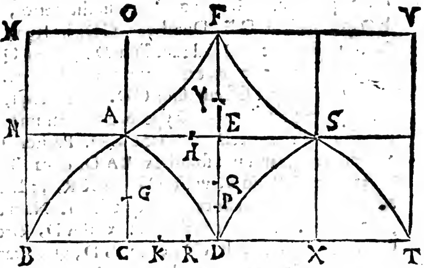
cylindrum ex MD, ad solidum ex FAD, vt eadem FD, ad dictum dimidium excessus: facilè patebit, solidum ex BAD, esse ad solidum ex FAD, vt EP, ad dictum dimidium excessus: nempe vt EQ, ad QP, ex constructione. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Cum verò habeamus Q, centrum grauitatis solidi dicti; & etiam E, centrum grauitatis cylindri MT; & pariter habeamus rationem solidi dicti ad excessum cylindri supra ipsum: habebimus etiam in FE, centrum grauitatis solidi ex MBAF, reuoluta circa FD. Cumque hoc solidum sit omniquaque æquale solido ex FABD, reuoluta circa MB: licet inuersè posito: habebimus consequenter in quo puncto secetur MB, à centro grauitatis solidi dicti ex FABD, circa MB.

SCHOLIVM II.

Sed ex his, & ex nostris doctrinis fusè explicatis in part. 2. nostri miscell. geomet. deducemus etiam centra æquilibrij duorum solidorum; quæ nunc explicabuntur. Super figura FABD, concipiatur cylindricus rectus quilibet, sectus plano diagonaliter transeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B. Si ambo trunci huius cylindrici intelligantur appensi secundum FD; habebimus ipsorum cen-



centra æquilibrij. Etenim ſunt proportionaliter analogi cum ſolidis rotundis ex F A B D, reuoluta circa F D, & circa M B. Dexter cum ſolido circa M B; ſiniſter verò cum ſolido circa F D. Cum ergo aſſignata fuerint centra grauitatis ſolidorum rotundorum: erunt pariter aſſignata centra æquilibrij illorum truncorum.

PROPOSITIO XXIX.

Centrum grauitatis ſolidi ex prædicta figura circa baſim reuoluta aſsignare.

INtelligamus figuram B A F D, rotari circa B D. Solidi geniti oportet centrum grauitatis assignare. Supponamus E P, æqualem semidiametro, & E Q, dimidiam D E. Diuidatur C D, in R, vt sit C R, ad R D, vt E Q, ad excessum D P, supra Q P. Ergo ex proposit. 17. R, erit centrum æquilibrij trilinei D A F, appensi secundum C D. Et consequenter ex proposit. 29. miscell. hyperb. erit centrum grauitatis annuli ex eo reuoluto circa C D. Pariter C, est centrum grauitatis solidi ex B A D, circa B D. Seceturfic C R, in k, vt sit C k, ad K R, vt E D, ad E P. Dico k, esse centrum quæsitum. Nam ex proposit. 26. elicitur, esse solidum ex F A D, circa C D, ad solidum ex B A D, circa B D, vt rectangulum E D P, ad rectangulum E P D; nempe vt D E, ad E P: nempe reciprocè vt C K, ad K R.

SCHOLIVM I.

Sed etiam nunc habentes k, centrum grauitatis solidi dicti, & C, centrum grauitatis cylindri ex M D, circa B D, & pariter rationem solidi dicti ad excessum cylindri supra ipsum: in B C, etiam dabitur centrum grauitatis dicti excessus cylindri. Cumque ille excessus vndequaque æquetur solido ex B A F D, reuoluta circa M F, licet sit inuersè positus: habebimus consequenter, in quo puncto secetur O F, à centro grauitatis dicti solidi.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Etiam ergo ex dictis, & nunc, & in 2. par. miscell. geom. deducemus centra grauitatis duorum truncorum cylindrici recti existentis super BAFD, resecti plano

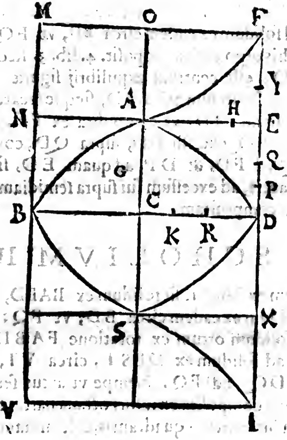
dij axis, ad quam reliqua sit, vt semidiameter, ad excessum arcus quadrantis supra ipsam.

BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD: & sic diuidatur ED, dimidia FD, in P, vt sit EP, ad PD, vt semidiameter ad excessum arcus quadrantis supra ipsam: & sit PQ, octaua pars FD. Dico cylindrum MT, esse ad solidum FABST, vt FD, ad DQ. Quoniam enim ex proposit. 11. est cylindrus NX, duplus solidi DSBA: Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri NX, erit octuplus dicti solidi. Nempe erit ad ipsum, vt FD, ad QP. Pariter, quoniam cylindrus OT, est ad solidum FAD-ST, vt arcus quadrantis, ad sui excessum supra semidiametrum, ex schol. proposit. 12. & in tali ratione est etiam, ex constructione, ED, ad DP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri OT, erit ad ipsum solidum, vt FD, ad DP. Quare colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum FAB-ST, vt FD, ad DQ. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, vt FD, ad FQ.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Sed cum duæ figuræ FABD, MBAF, sint omnimodè æquales; sequitur excessum cylindri MT, supra solidum FABST; nempe solidum BSTVB.

MFAB, esse æquale solido ex FABD, reuoluta circa MF. Ergo cylindrus MT, erit ad dictum solidum, vt FD, ad FQ. Et solidum ex FABD, circa MF, erit ad solidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD.

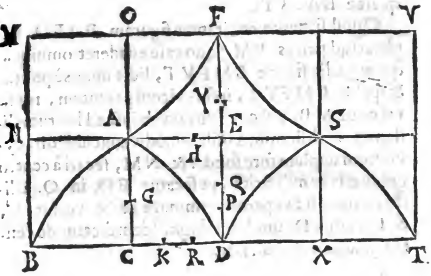
Ex his ergo, & ex proposit. 4. lib. 3. licebit deducere Q, esse centrum æquilibrij figuræ FABD, appensæ secundum axim FD, sicque secare FD, vt FQ, sit ad QD, vt composita ex FE, dimidia FD, & EQ excessu ED, supra QD, compositam ex QP, ¼ FD, & DP, ad quam ED, sit vt arcus quadrantis, ad excessum sui supra semidiametrum, ad dictam compositam.

SCHOLIVM II.

Cum ex schol. 1. sit solidum ex BAFD, circa MF, ad solidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD. Erit solidum ortum ex rotatione FABD, circa VT, ad solidum ex DBST, circa VT, vt FD, cum DQ, ad FQ. Nempe vt arcus semicirculi, vna cum composita ex ipsius octaua parte, & ex differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, ad compositam ex excessu arcus quadrantis supra dictam compositam, & ex arcu quadrantis.

SCHOLIVM III.

Ex Q, centro æquilibrij facile erit colligere centra grauitatis duorum solidorum. Cogitemus, eodem



dem modo, quo explicatum fuit in schol. 3. proposit. 26. figuram FABD, duplicari in BAFST, cum rectangulo MT: deinde cogitemus rectangulum MT, rotari vel circa MB, vel circa aliam extra MB, vtcunque positam, vt generentur ex rectangulo vel cylindrus, vel tubus cylindricus; & ex duplicata quarta, annulus strictus, vel latus. Cylindrum, vel tubum cylindricum duplum esse annuli stricti, vel lati, constat ex proposit. 11. lib. 2. quia sunt ad inuicem, vt parallelogrammum ad figuram. Sed existentibus annulis proportionaliter analogis cum ipsa duplicata quarta, vt deducitur ex proposit. 29. miscell. hyperb. & ex schol. patebit MB, vel aliam illi parallelam

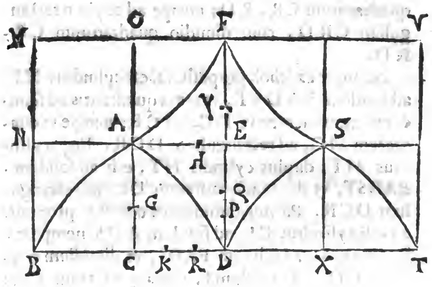
extra ipsam, sic secari à centro grauitatis annulorum, vt secatur FD, in Q, à centro grauitatis duplicatæ quartæ BAFST.

Quod si mente cogitantes figuram BAFD, duplicari ad partes BM (quo casu euaderet omniquaque æqualis figuræ BMFVT, licet inuersè posita) & ipsam BMFVT, ipsius vicem gerentem, rotari vel circa MB, vel circa dictam ab ipsa ad libitum distantem: nihilominus iisdem modis concludetur, cylindrum duplum fore solidi: & NM, secari à centro grauitatis annuli stricti, vt secatur ED, in Q, à dicto centro; ità vt partes terminatæ ad N, versus M, & E, versus D, sint homologæ. Idem dicatur de centro grauitatis annuli lati.

SCHOLIVM IV.

Super figura BAFD, & super rectangulo MD, extent cylindrici recti secti plano diagonaliter transeunte per BD, & per latus oppositum ipsi MF. Cum ex proposit. 10. lib. 2. sint prismata, quæ sunt dimidia parallelepipedi existentis super rectangulo, ad truncos cylindrici super figura, vt cylindrus ex rectangulo ad solida rotunda ex figura reuoluta vel circa BD, vel circa MF, Habebimus cubationes dictorum truncorum.

PRO-



PROPOSITIO XXXI.

Si Secunda Quarta Lilij vngularis cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ad solidum, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadrati semidiametri, & dimidio quadrati excessus arcus quadrantis supra semidiametrum.

Figura BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa FD: & ex CD, arcu quadrantis auferatur CR, æqualis semidiametro. Dico cylindrum MΓ,

MT, esse ad solidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; nempe ad duplum rectangulum CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD.

Namque ex schol. proposit. 12. est cylindrus NT, ad solidum BADST, vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe vt DC, ad CR: nempe vt quadratum DC, ad rectangulum DCR. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri NT, erit ad solidum BADST, vt duplum quadratum DC, ad rectangulum DCR. Pariter, quoniam ex coroll. 2. proposit. 23. est cylindrus CS, ad solidum ADS: nempe cylindrus OX, ad solidum FADS, vt dimidium quadrati CD, ad excessum sui supra quadratum CR: nempe ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (cum enim quadratum CD, diuidatur in quadrata CR, RD, & in duo rectangula CRD, erit dimidium quadrati CD, dimidium quadratorum CR, RD, cum vno rectangulo CRD; quæ excedunt quadratum CR, rectangulo CRD, plus dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR.) Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad solidum FADS, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum DCR, cum rectangulo CRD, &

cum

cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Quæ faciunt duo rectangula CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare patet propositum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, nempe ad solidum genitum ex BAFM, reuoluta circa FD, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, simul cum dimidio quadratorum CR, RD.

SCHOLIVM I.

Sed solidum dictum idem est cum illo, quod oritur ex reuolutione BAFD, circa MB. Ergo cylindrus MT, erit ad solidum ex BAFD, circa MB, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare facilè concludetur arguendo ex æqualitate, esse solidum ex BAFD, circa MB, ad solidum BAFST, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD.

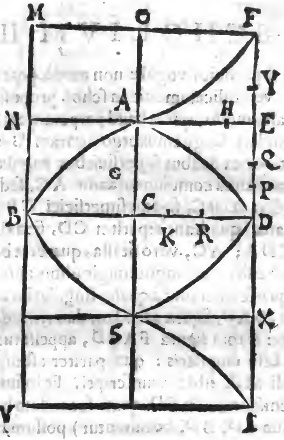
Quare si BD, sic intelligatur diuisa in K, vt sit Bk, ad KD, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; facile concludemus

INtelligamus figuram B A F D, rotari circa B D. Solidi geniti oportet centrum grauitatis assignare. Supponamus E P, æqualem semidiametro, & E Q, dimidiam D E. Diuidatur C D, in R, vt sit C R, ad R D, vt E Q, ad excessum D P, supra Q P. Ergo ex proposit. 17. R, erit centrum æquilibrij trilinei D A F, appensi secundum C D. Et consequenter ex proposit. 29. miscell. hyperb. erit centrum grauitatis annuli ex eo reuoluto circa C D. Pariter C, est centrum grauitatis solidi ex B A D, circa B D. Secetur sic C R, in k, vt sit C k, ad K R, vt E D, ad E P. Dico k, esse centrum quæsitum. Nam ex proposit. 26. elicitur, esse solidum ex F A D, circa C D, ad solidum ex B A D, circa B D, vt rectangulum E D P, ad rectangulum E P D; nempe vt D E, ad E P: nempe reciprocè vt C K, ad K R.

SCHOLIVM I.

Sed etiam nunc habentes k, centrum grauitatis solidi dicti, & C, centrum grauitatis cylindri ex M D, circa B D, & pariter rationem solidi dicti ad excessum cylindri supra ipsum: in B C, etiam dabitur centrum grauitatis dicti excessus cylindri. Cumque ille excessus vndequaque æquetur solido ex B A F D, reuoluta circa M F, licet sit inuersè positus; habebimus consequenter, in quo puncto secetur O F, à centro grauitatis dicti solidi.

SCHO-



SCHOLIVM II.

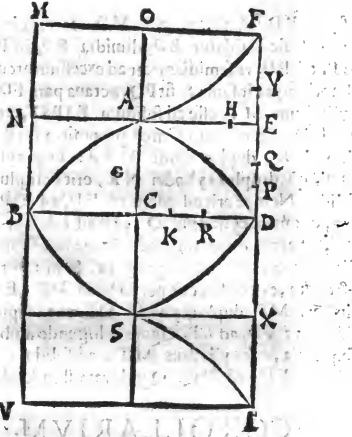
Etiam ergo ex dictis, & nunc, & in 2. par. miscell. geom. deducemus centra grauitatis duorum truncorum cylindrici recti existentis super B A F D, resecti plano

plano transcunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto F. Quod indicasse sufficiat.

SCHOLIVM III.

Ast superficies vngulæ non modò potest combinari, vt explicatum fuit in schol. proposit. 25. sed etiam alio modo, quem haud perperam existimamus contemplari. Cogitemus ergo figuram B A D, constare vtique ex duabus superficiebus vngulæ, sed non duplicatæ circa communem axim A C, sed circa basim: adeo vt B C, sit axis superficiei C B A, & æqualis arcui quadrantis: pariter C D, sit axis superficiei C D A; A C, verò sit illa, quæ erat basis; quæ & potest esse cuiuscunque longitudinis: non sic B C, C D, quæ semper sunt æquales singillatim arcui quadrantis. B A D, figuræ accedant duo trilinea F A D, vt prius: & tota figura F A B D, appelletur secunda quarta Lilij vngularis: quæ pariter est dimidia rectanguli M D, sibi circumscripti. Et ipsius appensæ tam secundum axim F D, quam secundum basim B D (sic enim F D, B D, vocabuntur) possumus habere centra æquilibrij ex centris æquilibrij partium B A D, F A D, & ex ratione ad inuicem earundem; vt etiam explicatum fuit in citat. scholio. Sed hæc centra alijs modis venabimur: simulque trademus notitiam nonnullorum solidorum.

PRO-



PROPOSITIO XXX.

Si Secunda Quarta Lilij vngularis rotetur circa basim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ad solidum, vt axis figuræ ad sui ½ vna cum quadam parte dimidij

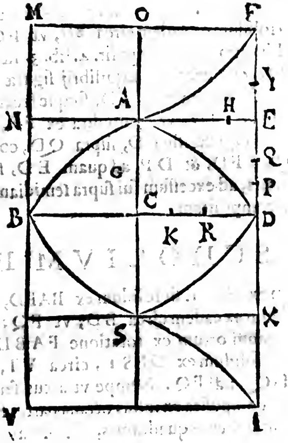
dij axis, ad quam reliqua sit, vt semidiameter, ad excessum arcus quadrantis supra ipsam.

BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD: & sic diuidatur ED, dimidia FD, in P, vt sit EP, ad PD, vt semidiameter ad excessum arcus quadrantis supra ipsam: & sit PQ, octaua pars FD. Dico cylindrum MT, esse ad solidum FABST, vt FD, ad DQ. Quoniam enim ex proposit. 11. est cylindrus NX, duplus solidi DSBA: Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri NX, erit octuplus dicti solidi. Nempe erit ad ipsum, vt FD, ad QP. Pariter, quoniam cylindrus OT, est ad solidum FADST, vt arcus quadrantis, ad sui excessum supra semidiametrum, ex schol. proposit. 12. & in tali ratione est etiam, ex constructione, ED, ad DP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri OT, erit ad ipsum solidum, vt FD, ad DP. Quare colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum FAB. ST, vt FD, ad DQ. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, vt FD, ad FQ.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Sed cum duæ figuræ FABD, MBAF, sint omnimodè æquales; sequitur excessum cylindri MT, supra solidum FABST, nempe solidum BSTVB,

MFAB, esse æquale solido ex FABD, reuoluta circa MF. Ergo cylindrus MT, erit ad dictum solidum, vt FD, ad FQ. Et solidum ex FABD, circa MF, erit ad solidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD.

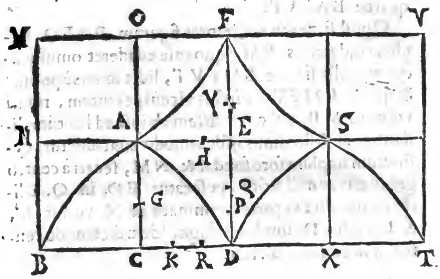
Ex his ergo, & ex proposit. 4. lib. 3. licebit deducere Q, esse centrum æquilibrij figuræ FABD, appensæ secundum axim FD, sicque secare FD, vt FQ, sit ad QD, vt composita ex FE, dimidia FD, & EQ excessu ED, supra QD, compositam ex QP, $\frac{1}{4}$ FD, & DP, ad quam ED, sit vt arcus quadrantis, ad excessum sui supra semidiametrum, ad dictam compositam.

SCHOLIVM II.

Cum ex schol. 1. sit solidum ex BAFD, circa MF, ad solidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD. Erit solidum ortum ex rotatione FABD, circa VT, ad solidum ex DBST, circa VT, vt FD, cum DQ, ad FQ. Nempe vt arcus semicirculi, vna cum composita ex ipsius octaua parte, & ex differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, ad compositam ex excessu arcus quadrantis supra dictam compositam, & ex arcu quadrantis.

SCHOLIVM III.

Ex Q, centro æquilibrij facile erit colligere centra grauitatis duorum solidorum. Cogitemus, eodem



dem modo, quo explicatum fuit in schol. 3. proposit. 26. figuram FABD, duplicari in BAFST, cum rectangulo MT: deinde cogitemus rectangulum MT, rotari vel circa MB, vel circa aliam extra MB, vtcunque positam, vt generentur ex rectangulo vel cylindrus, vel tubus cylindricus; & ex duplicata quarta, annulus strictus, vel latus. Cylindrum, vel tubum cylindricum duplum esse annuli stricti, vel lati, constat ex proposit. 11. lib. 2. quia sunt ad inuicem, vt parallelogrammum ad figuram. Sed existentibus annulis proportionaliter analogis cum ipsa duplicata quarta, vt deducitur ex proposit. 29. miscell. hyperb. & ex schol. patebit MB, vel aliam illi parallelam

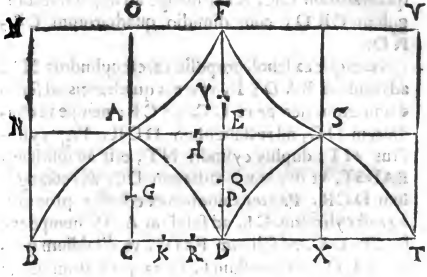
extra ipsam, sic secari à centro grauitatis annulorum, vt secatur F D, in Q, à centro grauitatis duplicatæ quartæ B A F S T.

Quod si mente cogitantes figuram B A F D, duplicari ad partes B M (quo casu euaderet omniquaque æqualis figuræ B M F V T, licet inuersè posita) & ipsam B M F V T, ipsius vicem gerentem, rotari vel circa M B, vel circa dictam ab ipsa ad libitum distantem: nihilominus ijsdem modis concludetur, cylindrum duplum fore solidi: & N M, secari à centro grauitatis annuli stricti, vt secatur E D, in Q, à dicto centro; ità vt partes terminatæ ad N, versus M, & E, versus D, sint homologæ. Idem dicatur de centro grauitatis annuli lati.

SCHOLIVM IV.

Super figura B A F D, & super rectangulo M D, extent cylindrici recti secti plano diagonaliter transeunte per B D, & per latus oppositum ipsi M F. Cum ex proposit. 10. lib. 2. sint prismata, quæ sunt dimidia parallelepipedi existentis super rectangulo, ad truncos cylindrici super figura, vt cylindrus ex rectangulo ad solida rotunda ex figura reuoluta vel circa B D, vel circa M F. Habebimus cubationes dictorum truncorum.

PRO-



PROPOSITIO XXXI.

Si Secunda Quarta Lilij vngularis cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ad solidum, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadrati semidiametri, & dimidio quadrati excessus arcus quadrantis supra semidiametrum.

Figura BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa FD: & ex CD, arcu quadrantis auferatur CR, æqualis semidiametro. Dico cylindrum

MΓ,

MT, esse ad solidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; nempe ad duplum rectangulum CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD.

Namque ex schol. proposit. 12. est cylindrus NT, ad solidum BADST, vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe vt DC, ad CR: nempe vt quadratum DC, ad rectangulum DCR. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri NT, erit ad solidum BADST, vt duplum quadratum DC, ad rectangulum DCR. Pariter, quoniam ex coroll. 2. proposit. 23. est cylindrus CS, ad solidum ADS: nempe cylindrus OX, ad solidum FADS, vt dimidium quadrati CD, ad excessum sui supra quadratum CR: nempe ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (cum enim quadratum CD, diuidatur in quadrata CR, RD, & in duo rectangula CRD, erit dimidium quadrati CD, dimidium quadratorum CR, RD, cum vno rectangulo CRD; quæ excedunt quadratum CR, rectangulo CRD, plus dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR.) Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad solidum FADS, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum DCR, cum rectangulo CRD, & cum

cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Quæ faciunt duo rectangula CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare patet propositum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, nempe ad solidum genitum ex BAFM, reuoluta circa FD, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, simul cum dimidio quadratorum CR, RD.

SCHOLIVM I.

Sed solidum dictum idem est cum illo, quod oritur ex reuolutione BAFD, circa MB. Ergo cylindrus MT, erit ad solidum ex BAFD, circa MB, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare facilè concludetur arguendo ex æqualitate, esse solidum ex BAFD, circa MB, ad solidum BAFST, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD.

Quare si BD, sic intelligatur diuisa in K, vt sit Bk, ad KD, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; facile concludemus

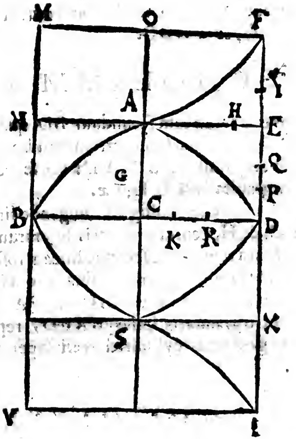
mus ex dictis, & ex proposit. 4. lib. 3. esse K, centrum æquilibrij secundæ quartæ Lilij vngularis B A F D, appensæ secundum basim B D.

SCHOLIVM II.

Etiam nunc concludemus, annulum ex B A F D, reuoluta circa V T, esse ad solidum ex D F S T, circa V T, vt triplum quadratum C D, minus dimidio quadratorum C R, R D, ad quadratum C D, cum dimidio quadratorum C R, R D, vt consideranti patebit ex schol. 1. & ex proposit. 30. miscell. hyperb. Nempe, vt triplum quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadratorum semidiametri, & differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, ad quadratum arcus quadrantis cum dimidio dictorum quadratorum.

SCHOLIVM III.

Concipiamus figuram B A F D, duplicari in F A B S T, & cogitemus reuolui vel circa M F, vel circa aliam M F, parallelam cum rectangulo M T, vt generentur annuli stricti vel lati. Habebimus & rationem duplam cylindri, vel tubi ad annulos, & annulorum centra grauitatis, vt sæpe explicatum fuit. Item si mente statuamus figuram duplicari ad partes M F, & fieri rotationes vt prius; habebimus tam men-



menſuras annulorum, quam in axibus centra grauitatis.

SCHOLIVM IV.

Super rectangulo MD, & ſuper BAFD, cogitemus

mus cylindricos rectos æquealtos, sectos diagonaliter plano transeunte per F D, & per latus oppositum M B. Habebimus cubationes truncorum cylindrici existentis super F A B D.

SCHOLIVM V.

Figuræ appensæ tam secundum B D, quam secundum F D, repertum fuit centrum æquilibrij. Ex ijs ductis lineis parallelis B D, F D: vbi se secant, erit centrum grauitatis dictæ figuræ.

Quod etiam aliter colligitur iungendo linea mentaliter G, & H, centra grauitatis figurarum B A D, F A D, supra reperta; & secando lineam ipsa nectentem sic, vt sit reciprocè pars terminans ad H, ad partem terminantem ad G, vt B A D, ad F A D.

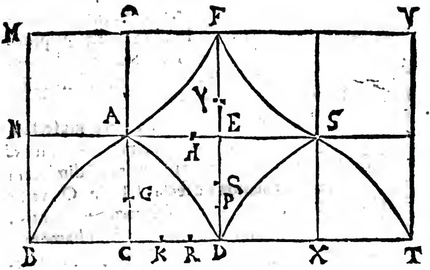
Ex centro grauitatis ipsius B A F D, reperiemus centrum grauitatis cylindrici recti super ipsa existentis.

PROPOSITIO XXXII.

Centrum grauitatis solidi ex Secunda Quarta Lilij vngularis circa axim reuoluta, centrum grauitatis assignare.

SEcunda Quarta Lilij vngularis B A F D, rotetur circa axim F D. Solidi geniti B A F S T, oportet centrum grauitatis assignare. Solidi A F S D, esse E, medium punctum F D, centrum grauitatis, est

luce



lucè clarius. Diuidatur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt ſemidiameter cum exceſſu ipſius ſuper dimidium arcus quadrantis ad dimidium arcus quadrantis. Cum P, ſit centrum æquilibrij figuræ BAD, appenſæ ſecundum DE, vt facile elicitur ex propoſit. 16. & cum ſolidum BADST, ſit proportionaliter analogum cum figura BAD; erit etiam centrum grauitatis ſolidi BADST. Diuidatur PE, in Q, vt ſit EQ, ad QP, vt rectangulum DCR (nempe rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſemidiametro) ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (nempe vt rectangulum ſub ſemidiametro, & exceſſu arcus quadrantis ſu-

 pra

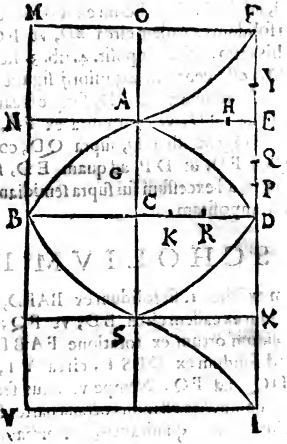
dij axis, ad quam reliqua sit, vt semidiameter, ad excessum arcus quadrantis supra ipsam.

BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD: & sic diuidatur ED, dimidia FD, in P, vt sit EP, ad PD, vt semidiameter ad excessum arcus quadrantis supra ipsam: & sit PQ, octaua pars FD. Dico cylindrum MT, esse ad solidum FABST, vt FD, ad DQ. Quoniam enim ex proposit. 11. est cylindrus NX, duplus solidi DSBA: Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri NX, erit octuplus dicti solidi. Nempe erit ad ipsum, vt FD, ad QP. Pariter, quoniam cylindrus OT, est ad solidum FADST, vt arcus quadrantis, ad sui excessum supra semidiametrum, ex schol. proposit. 12. & in tali ratione est etiam, ex constructione, ED, ad DP. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri OT, erit ad ipsum solidum, vt FD, ad DP. Quare colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum FABST, vt FD, ad DQ. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, vt FD, ad FQ.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Sed cum duæ figuræ FABD, MBAF, sint omnimodè æquales; sequitur excessum cylindri MT, supra solidum FABST, nempe solidum BSTVB.

MFAB, esse æquale solido ex FABD, reuoluta circa MF. Ergo cylindrus MT, erit ad dictum solidum, vt FD, ad FQ. Et solidum ex FABD, circa MF, erit ad solidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD.

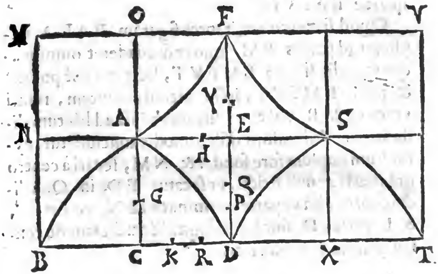
Ex his ergo, & ex proposit. 4. lib. 3. licebit deducere Q, esse centrum æquilibrij figuræ FABD, appensæ secundum axim FD, sicque secare FD, vt FQ, sit ad QD, vt composita ex FE, dimidia FD, & EQ excessu ED, supra QD, compositam ex QP, $\frac{1}{4}$ FD, & DP, ad quam ED, sit vt arcus quadrantis, ad excessum sui supra semidiametrum, ad dictam compositam.

SCHOLIVM II.

Cum ex schol. 1. sit solidum ex BAFD, circa MF, ad solidum ex eadem circa BD, vt FQ, ad QD. Erit solidum ortum ex rotatione FABD, circa VT, ad solidum ex DBST, circa VT, vt FD, cum DQ, ad FQ. Nempe vt arcus semicirculi, vna cum composita ex ipsius octaua parte, & ex differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, ad compositam ex excessu arcus quadrantis supra dictam compositam, & ex arcu quadrantis.

SCHOLIVM III.

Ex Q, centro æquilibrij facile erit colligere centra grauitatis duorum solidorum. Cogitemus, eodem



dem modo, quo explicatum fuit in schol. 3. proposit. 26. figuram FABD, duplicari in BAFST, cum rectangulo MT: deinde cogitemus rectangulum MT, rotari vel circa MB, vel circa aliam extra MB, vtcunque positam, vt generentur ex rectangulo vel cylindrus, vel tubus cylindricus; & ex duplicata quarta, annulus strictus, vel latus. Cylindrum, vel tubum cylindricum duplum esse annuli stricti, vel lati, constat ex proposit. 11. lib. 2. quia sunt ad inuicem, vt parallelogrammum ad figuram. Sed existentibus annulis proportionaliter analogis cum ipsa duplicata quarta, vt deducitur ex proposit. 29. miscell. hyperb. & ex schol. patebit MB, vel aliam illi parallelam

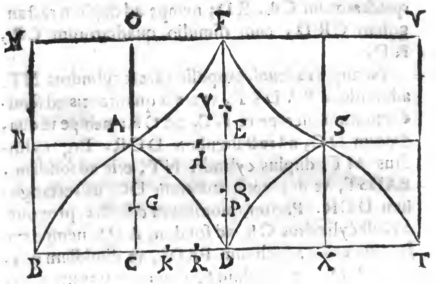
extra ipsam, sic secari à centro grauitatis annulorum, vt secatur F D, in Q, à centro grauitatis duplicatæ quartæ B A F S T.

Quod si mente cogitantes figuram B A F D, duplicari ad partes B M (quo casu euaderet omniquaque æqualis figuræ B M F V T, licet inuersè posita) & ipsam B M F V T, ipsius vicem gerentem, rotari vel circa M B, vel circa dictam ab ipsa ad libitum distantem: nihilominus ijsdem modis concludetur, cylindrum duplum fore solidi: & N M, secari à centro grauitatis annuli stricti, vt secatur E D, in Q, à dicto centro; ità vt partes terminatæ ad N, versus M, & E, versus D, sint homologæ. Idem dicatur de centro grauitatis annuli lati.

SCHOLIVM IV.

Super figura B A F D, & super rectangulo M D, extent cylindrici recti secti plano diagonaliter transeunte per B D, & per latus oppositum ipsi M F. Cum ex proposit. 10. lib. 2. sint prismata, quæ sunt dimidia parallelepipedi existentis super rectangulo, ad truncos cylindrici super figura, vt cylindrus ex rectangulo ad solida rotunda ex figura reuoluta vel circa B D, vel circa M F. Habebimus cubationes dictorum truncorum.

PRO-



PROPOSITIO XXXI.

Si Secunda Quarta Lilij vngularis cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ad solidum, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadrati semidiametri, & dimidio quadrati excessus arcus quadrantis supra semidiametrum.

FIgura BAFD, cum rectangulo MD, rotetur circa FD: & ex CD, arcu quadrantis auferatur CR, æqualis semidiametro. Dico cylindrum MΓ,

MT, esse ad solidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; nempe ad duplum rectangulum CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD.

Namque ex schol. proposit. 12. est cylindrus NT, ad solidum BADST, vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe vt DC, ad CR: nempe vt quadratum DC, ad rectangulum DCR. Ergo cylindrus MT, duplus cylindri NT, erit ad solidum BADST, vt duplum quadratum DC, ad rectangulum DCR. Pariter, quoniam ex coroll. 2. proposit. 23. est cylindrus CS, ad solidum ADS: nempe cylindrus OX, ad solidum FADS, vt dimidium quadrati CD, ad excessum sui supra quadratum CR: nempe ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (cum enim quadratum CD, diuidatur in quadrata CR, RD, & in duo rectangula CRD, erit dimidium quadrati CD, dimidium quadratorum CR, RD, cum vno rectangulo CRD; quae excedunt quadratum CR, rectangulo CRD, plus dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR.) Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad solidum FADS, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum BAFST, vt duplum quadratum CD, ad rectangulum DCR, cum rectangulo CRD, &

cum

cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR. Quæ faciunt duo rectangula CRD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare patet propositum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra dictum solidum, nempe ad solidum genitum ex BAFM, reuoluta circa FD, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, simul cum dimidio quadratorum CR, RD.

SCHOLIVM I.

Sed solidum dictum idem est cum illo, quod oritur ex reuolutione BAFD, circa MB. Ergo cylindrus MT, erit ad solidum ex BAFD, circa MB, vt duplum quadratum CD, ad quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD. Quare facilè concludetur arguendo ex æqualitate, esse solidum ex BAFD, circa MB, ad solidum BAFST, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD.

Quare si BD, sic intelligatur diuisa in K, vt sit Bk, ad KD, vt quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD; facile concludemus

mus ex dictis, & ex proposit. 4. lib. 3. esse K, centrum æquilibrij secundæ quartæ Lilij vngularis BAFD, appensæ secundum basim BD.

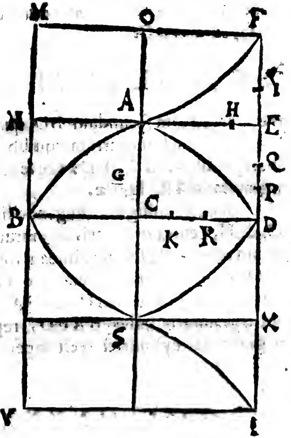
SCHOLIVM II.

Etiam nunc concludemus, annulum ex BAFD, reuoluta circa VT, esse ad solidum ex DFST, circa VT, vt triplum quadratum CD, minus dimidio quadratorum CR, RD, ad quadratum CD, cum dimidio quadratorum CR, RD, vt consideranti patebit ex schol. 1. & ex proposit. 30. miscell. hyperb. Nempe, vt triplum quadratum arcus quadrantis, minus dimidio quadratorum semidiametri, & differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, ad quadratum arcus quadrantis cum dimidio dictorum quadratorum.

SCHOLIVM III.

Concipiamus figuram BAFD, duplicari in FABST, & cogitemus reuolui vel circa MF, vel circa aliam MF, parallelam cum rectangulo MT, vt generentur annuli stricti vel lati. Habebimus & rationem duplam cylindri, vel tubi ad annulos, & annulorum centra grauitatis, vt sæpe explicatum fuit. Item si mente statuamus figuram duplicari ad partes MF, & fieri rotationes vt prius; habebimus tam

men-



menſuras annulorum, quam in axibus centra grauitatis.

SCHOLIVM IV.

Super rectangulo MD, & ſuper BAFD, cogitemus

M

mus cylindricos rectos æquealtos, sectos diagonaliter plano transeunte per F D, & per latus oppositum M B. Habebimus cubationes truncorum cylindrici existentis super F A B D.

SCHOLIVM V.

Figuræ appensæ tam secundum BD, quam secundum F D, repertum fuit centrum æquilibrij. Ex ijs ductis lineis parallelis B D, F D: vbi se secant, erit centrum grauitatis dictæ figuræ.

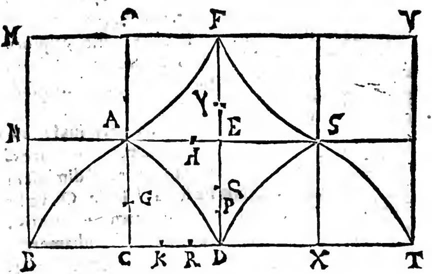
Quod etiam aliter colligitur iungendo linea mentaliter G, & H, centra grauitatis figurarum BAD, F A D, supra reperta; & secando lineam ipsa nectentem sic, vt sit reciprocè pars terminans ad H, ad partem terminantem ad G, vt BAD, ad F A D.

Ex centro grauitatis ipsius B A F D, reperiemus centrum grauitatis cylindrici recti super ipsa existentis.

PROPOSITIO XXXII.

Centrum grauitatis solidi ex Secunda Quarta Lilij vngularis circa axim reuoluta, centrum grauitatis assignare.

Secunda Quarta Lilij vngularis B A F D, rotetur circa axim F D. Solidi geniti B A F S T, oportet centrum grauitatis assignare. Solidi A F S D, esse E, medium punctum F D, centrum grauitatis, est luce



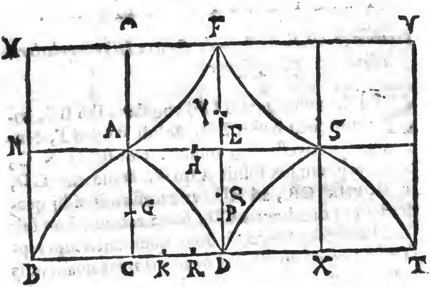
lucè clarius. Diuidatur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt ſemidiameter cum exceſſu ipſius ſuper dimidium arcus quadrantis ad dimidium arcus quadrantis. Cum P, ſit centrum æquilibrij figuræ BAD, appenſæ ſecundum DE, vt facile elicitur ex propoſit. 16. & cum ſolidum BADST, ſit proportionaliter analogum cum figura BAD; erit etiam centrum grauitatis ſolidi BADST. Diuidatur PE, in Q; vt ſit EQ, ad QP, vt rectangulum DCR (nempe rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſemidiametro) ad rectangulum CRD, cum dimidio quadrati RD, minus dimidio quadrati CR (nempe vt rectangulum ſub ſemidiametro, & exceſſu arcus quadrantis ſu-

pra ipsam, vna cum dimidio quadrato dicti excessus, minus dimidio quadrati semidiametri.) Cum ergo eliciatur ex progressu proposit. 31. esse in dicta ratione solidum BADST, ad FADS: erit reciprocè EQ, ad QP, vt solidum BADST, ad solidum FADS. Quare Q, erit centrum grauitatis solidi BAFST. Q, ergo centrum grauitatis dicti solidi secat ED, dimidium axis versus basim, prius sectam in P, vt EP, sit ad PD, vt semidiameter cum sui excessu supra dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis: deinde sic secta EP, in Q, vt sit EQ, ad QP, vt rectangulum sub arcu quadrantis, & semidiametro, ad rectangulum sub semidiametro, & excessu arcus quadrantis supra ipsam, vna cum dimidio quadrati dicti excessus, minus dimidio quadrati semidiametri.

SCHOLIVM I.

Datur ergo Q, centrum grauitatis solidi BAFST: sed etiam datur E, centrum grauitatis cylindri totius MT: datur etiam ratio excessus cylindri ad solidum BAFST. Si ergo fiat vt dictus excessus cylindri MT, supra solidum BAFST, ad ipsum solidum, sic QE, ad aliam auferendam ab EF, incipiendo ab E, versus F; punctum terminans abscissam, erit centrum grauitatis excessus cylindri supra solidum. Cumque dictus excessus sit omniquaque æqualis solido, quod oriretur ex reuolutione FABD, circa

MB.



MB. In MB, habebimus centrum grauitatis dicti solidi.

SCHOLIVM II.

Super Secunda Quarta Lilij vngularis BAFD, esto cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per FD, & per latus erectum à puncto B. Si ambo trunci huius cylindrici intelligantur appensi secundum FD; habebimus in ipsa centra æquilibrij amborum truncorum dictorum.

PRO-

SCHOLIVM I.

K, ergo est inuentum tamquam centrum grauitatis solidi FABST. Sed patet etiam C, centrum grauitatis cylindri MT. Ratio solidi FABST, ad excessum cylindri MT, supra ipsum non est obscura. Ergo in BC, dabitur etiam centrum grauitatis excessus cylindri. Ast ille excessus est omnimodè æqualis (licet inuersè positus) solido, quod orietur ex reuolutione figuræ FABD, circa MF. Ergo dicti solidi habemus vndè pateat eius centrum grauitatis in MF.

SCHOLIVM II.

Concipiatur super FABD, cylindricus rectus (vt sæpe dictum est) sectus plano diagonaliter transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F. Truncorum dicti cylindrici appensorum secundum BD, in BD, habebimus centra æquilibrij.

DE

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO TERTIA.

PEregimus hucusque de ipsa superficie vngulæ vniuersaliter accepta, & non vt fecit Farbius, de ipsa figura sinuum. Omnia etenim, quæ supra contemplata fuere, vniuersalia extiterunt; & consequenter applicari queunt vni particulari superficiei vngulæ, nempe figuræ sinuum. Rationabilius namque visum fuit, vniuersalia considerare, ipsaque particularibus applicare, quam explicare de particulari, & per analogiam, ad omnia extendere. Similem tenorem in reliquis seruabimus; solum pauca pertractabimus peculiariter de particulari superficie vngulæ, nempe de figura sinuum à Farbio sic vocitata. Et quædam, quæ de ipsa sic ostendentur, poterunt vniuersaliter ad omnes superficies vngulæ dila-

tari. Et licet, quædam inferiùs dicendorum potuissent de superficie vngulæ immediate, & vniuersaliter pronunciari: attamen facilius eruuntur ex superficie dicta particulari. Repetemus ergo nonnulla illorum, quæ Farbius ante nos publicauit, vt sic liceat aliquas spicas paruulas ab ipso posthabitas colligere. Sed hæc taliter repetemus, vt inter sua, nostraque aliquod animaduertatur discrimen.

PROPOSITIO XXXIV.

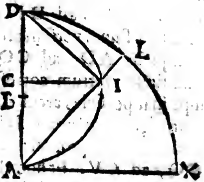
Sint quadrans circuli ADX, & semicirculus DIA, & ducatur vbilibet AIL.

Dico primo, arcus DL, DI, æquales esse. Patet ex elementis, quia angulus DAI, existit ad centrum quadrantis, & ad circumferentiam semicirculi; & angulus qui existeret ad circumferentiam quadrantis, esset eius subduplus.

Dico secundo, ductis DI, IC, sinibus rectis arcuum æqualium DL, DI, esse vt AD, sinus totus quadrantis, & semidiameter semicirculi, ad DI, sinum arcus DL, sic DI, ad DC, sinum versum arcus DI. Patet item ex elementis.

SCHOLIVM.

Ex antecedent. proposit. & ex aliis alibi dictis, tandem venabimur centrum grauitatis solidi ex superficie



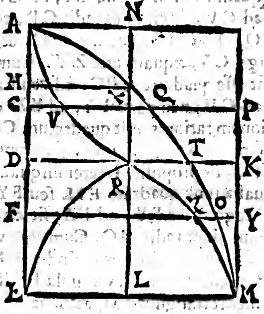
cie vngulæ circa axim reuoluta. Sed aliqua prius debemus, distintius quoad fieri poterit, explanare. Intelligamus, vt in antecedentibus, figuram E A R M, sed talis naturæ, vt E L, basis superficiei vngulæ E R L, sit æqualis semidiametro semicirculi v. g. in schem. anteced. ipsi D B. Pariter intelligamus superficiem vngulæ E A T M, cuius axis A E, æquetur arcui semicirculi D I A, seù quadrantis D L X, & basis E M, dupla prioris, æquetur diametro D A. Accipiatur in axi A E, nempe in dimidio AD, AC, æqualis arcui D L, (supponimus enim D L, minorem semiquadrante) & ducatur C Q, E M, parallela. Liquet ex natura superficiei vngulæ, C Q, æqualem esse D I, sinui recto arcus D L, seù A C. Intelligamus aliam superficiem vngulæ ARN, æqualem omnimodè ipsi E R L; & facta D H, æquali

AC, ducatur HX, parallela EM. Cum AC, correspondeat arcui DL, & arcus DL, DI, sint æquales: correspondebit HD, ipsi arcui DI. Cum vero sit vt AD, sinus totus ad DI, sinum arcus DL, sic DI, ad DC, sinum versum arcus DI: erit etiam vt EM, æqualis AD, ad CQ, æqualem DI, sic CQ, ad sinum versum correspondentem arcui DI, nempe in superficie, arcui DH. Cumque sinui verso correspondenti arcui DH, sit æqualis CV, ex dictis in coroll. 2. proposit. 9. erit vt EM, ad CQ, ita CQ, ad CV. Et hoc vbicunque sit ducta CQ, vltra DT. Hæc doctrina summopere adnotetur, quia est summè necessaria.

PROPOSITIO XXXV.

Si superficies vngulæ explicata cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex superficie, vt ipsum rectangulum ad figuram supradictam, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SVperficies vngulæ EATM, cum rectangulo AM, rotetur circa AE. Dico cylindrum ex rectangulo, esse ad solidum ex superficie, vt rectangulum AM, ad figuram EARM, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod enim sit secundum totum, patet; quia sicuti est ex proposit. 11. cylindrus ex rectangulo duplus solidi



ex EATM; sic rectangulum AM, duplum est figuræ EARM. Quod verò sit etiam secundum partes proportionales, patebit statim. Secentur omnia linea parallela ipsi EM. Hæc vel secat bifariam NL, vel secat NR, vel secat RL. Secet bifariam, vt DRTk. Quoniam enim quadratum kD, duplum est quadrati DT, vt facile elicitur ex proposit. 8. ergo vt quadratum KD, ad quadratum TD, sic kD, ad DR. Quare & vt kD, ad DR, sic circulus radij kD, ad circulum radij DT. Sed secet supra, vt CVQP. Quoniam ex scholio antecedent. vt PC,

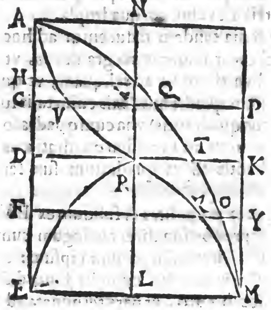
ad

ad CQ, sic CQ, ad CV: ergo & vt quadratum PC, ad quadratum CQ, sic CP, ad CV. Nempe vt CP, ad CV, sic circulus radij CP, ad circulum radij CQ. Fiat DF, æqualis DC, & sit ducta FY. Ergo CV, æqualis erit ZY. Cum ergo probatum sit esse quadratum PC, ad quadratum CQ, vt CP, ad CV; nempe vt FY, ad YZ: ergo & per conuersionem rationis, erit quadratum CP, seu FY, ad excessum supra quadratum CQ, nempe ad quadratum FO, ex proposit. 8. (etenim quadrata CQ, FO, æqualia sunt quadrato EM, seu FY) sic FY, ad FZ. Ergo & vt FY, ad FZ, sic circulus radij FY, ad circulum radij FO. Cum ergo vbicunque secentur figuræ, sit circulus cylindri ex AM, circa AE, ad circulum solidi ex vngula EATM, circa AE, vt linea rectanguli AM, ad lineam figuræ EARM. Ergo expertus in methodo indiuisibilium agnoscet, ita esse cylindrum ad solidum, vt rectangulum ad figuram, non solum secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed lector in nostris operibus exercitatus, faciliter etiam agnoscet, solidum ex superficie EATM, circa AE, reuoluta, & figuram EARM, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate: tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare cum in

schol.

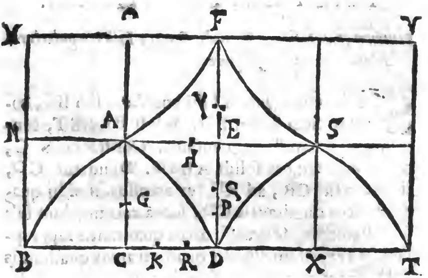


schol. prim. proposit. 26. manifestatum sit centrum æquilibrij figuræ EARM, appensæ secundum AE, sic secare AE, vt pars terminata ad A, sit ad reliquam, vt quadratum AD, vna cum quadrato semidiametri, ad excessum quadrati AD, supra quadratum eiusdem semidiametri: sic etiam secabitur AE, à centro grauitatis solidi ex superficie vngulæ. Secabitur ergo sic axis solidi ex superficie vngulæ reuoluta circa axim à suo centro grauitatis, vt pars terminata ad verticem sit ad reliquam, vt quarta pars quadrati axis, vna cum quadrato semidiametri semicir-
culi,

pra ipsam, vna cum dimidio quadrato dicti excessus, minus dimidio quadrati semidiametri.) Cum ergo eliciatur ex progressu proposit. 31. esse in dicta ratione solidum BADST, ad FADS: erit reciprocè EQ, ad QP, vt solidum BADST, ad solidum FADS. Quare Q, erit centrum grauitatis solidi BAFST. Q, ergo centrum grauitatis dicti solidi secat ED, dimidium axis versus basim, prius sectam in P, vt EP, sit ad PD, vt semidiameter cum sui excessu supra dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis: deinde sic secta EP, in Q, vt sit EQ, ad QP, vt rectangulum sub arcu quadrantis, & semidiametro, ad rectangulum sub semidiametro, & excessu arcus quadrantis supra ipsam, vna cum dimidio quadrati dicti excessus, minus dimidio quadrati semidiametri.

SCHOLIVM I.

Datur ergo Q, centrum grauitatis solidi BAFST: sed etiam datur E, centrum grauitatis cylindri totius MT: datur etiam ratio excessus cylindri ad solidum BAFST. Si ergo fiat vt dictus excessus cylindri MT, supra solidum BAFST, ad ipsum solidum, sic QE, ad aliam auferendam ab EF, incipiendo ab E, versus F; punctum terminans abscissam, erit centrum grauitatis excessus cylindri supra solidum. Cumque dictus excessus sit omniquaque æqualis solido, quod oriretur ex reuolutione FABD, circa MB.



MB. In MB, habebimus centrum grauitatis dicti solidi.

SCHOLIVM II.

Super Secunda Quarta Lilij vngularis BAFD, esto cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per FD, & per latus erectum à puncto B. Si ambo trunci huius cylindrici intelligantur appensi secundum FD; habebimus in ipsa centra æquilibrij amborum truncorum dictorum.

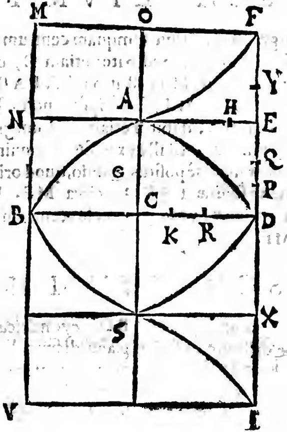
PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

Centrum grauitatis ex Secunda Quarta Lilij vngularis reuoluta circa basim assignare.

SEd Secunda Quarta Lilij vngularis FABD, rotetur circa basim BD. Solidi FABST, centrum grauitatis est assignandum. Constat enim C, centrum grauitatis solidi ABSD. Diuidatur CD, in R, vt sit CR, ad RD, vt excessus dimidij quadrati arcus quadrantis CD, supra rectangulum sub semidiametro, & excessu arcus quadrantis supra ipsam, ad excessum dimidij quadrati arcus quadrantis CD, supra quadratum semidiametri. Cum facile eliciatur ex coroll. 4. proposit. 23. esse R, centrum æquilibrij trilinei FAD, appensi secundum CD, quod est proportionaliter analogum cum solido FADST: erit etiam centrum grauitatis dicti solidi. Rursum diuidatur CR, in K, vt sit CK, ad kR, vt excessus arcus quadrantis supra semidiametrum, ad quartam partem arcus quadrantis. Cum sit etiam in tali ratione, vt elicitur ex progressu proposit. 30. solidum FADST, ad solidum ABSD. Erit reciprocè solidum FADST, ad solidum ABSD, vt Ck, ad kR. Quare erit k, centrum grauitatis totius solidi FABST. k, ergo centrum grauitatis dicti solidi secat CD, dimidiam BD, in R, vt sit CR, ad RD, vt excessus dimidij quadrati arcus quadrantis, supra rectangu-

lum



Ium sub semidiametro, & sub excessu arcus quadrantis supra ipsam, ad excessum dimidij quadrati arcus quadrantis, supra quadratum semidiametri: deinde sic secta CR, in k, vt sit Ck, ad kR, vt excessus arcus quadrantis supra semidiametrum, ad quartam partem arcus quadrantis.

SCHO-

SCHOLIVM I.

K, ergo est inuentum tamquam centrum grauitatis solidi FABST. Sed patet etiam C, centrum grauitatis cylindri MT. Ratio solidi FABST, ad excessum cylindri MT, supra ipsum non est obscura. Ergo in BC, dabitur etiam centrum grauitatis excessus cylindri. Ast ille excessus est omnimodè æqualis (licet inuersè positus) solido, quod oriretur ex reuolutione figuræ FABD, circa MF. Ergo dicti solidi habemus vndè pateat eius centrum grauitatis in MF.

SCHOLIVM II.

Concipiatur super FABD, cylindricus rectus (vt sæpe dictum est) sectus plano diagonaliter transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F. Truncorum dicti cylindrici appensorum secundum BD, in BD, habebimus centra æquilibrij.

DE

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO TERTIA.

PEregimus hucusque de ipsa superficie vngulæ vniuersaliter accepta, & non vt fecit Farbius, de ipsa figura sinuum. Omnia etenim, quæ supra contemplata fuere, vniuersalia extiterunt; & consequenter applicari queunt vni particulari superficiei vngulæ, nempe figuræ sinuum. Rationabilius namque visum fuit, vniuersalia considerare, ipsaque particularibus applicare, quam explicare de particulari, & per analogiam, ad omnia extendere. Similem tenorem in reliquis seruabimus; solum pauca pertractabimus peculiariter de particulari superficie vngulæ, nempe de figura sinuum à Farbio sic vocitata. Et quædam, quæ de ipsa sic ostendentur, poterunt vniuersaliter ad omnes superficies vngulæ dila-

tari. Et licet, quædam inferiùs dicendorum potuissent de superficie vngulæ immediate, & vniuersaliter pronunciari: attamen facilius eruuntur ex superficie dicta particulari. Repetemus ergo nonnulla illorum, quæ Farbius ante nos publicauit, vt sic liceat aliquas spicas paruulas ab ipso posthabitas colligere. Sed hæc taliter repetemus, vt inter sua, nostraque aliquod animaduertatur discrimen.

PROPOSITIO XXXIV.

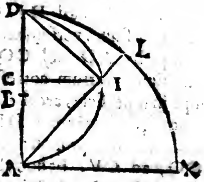
Sint quadrans circuli ADX, & semicirculus DIA, & ducatur vbilibet AIL.

DIco primo, arcus DL, DI, æquales esse. Patet ex elementis, quia angulus DAI, existit ad centrum quadrantis, & ad circumferentiam semicirculi; & angulus qui existeret ad circumferentiam quadrantis, esset eius subduplus.

Dico secundo, ductis DI, IC, sinibus rectis arcuum æqualium DL, DI, esse vt AD, sinus totus quadrantis, & semidiameter semicirculi, ad DI, sinum arcus DL, sic DI, ad DC, sinum versum arcus DI. Patet item ex elementis.

SCHOLIVM.

Ex antecedent. proposit. & ex alijs alibi dictis, tandem venabimur centrum grauitatis solidi ex superficie



cie vngulæ circa axim reuoluta. Sed aliqua prius debemus, distinctius quoad fieri poterit, explanare. Intelligamus, vt in antecedentibus, figuram E A R M, sed talis naturæ, vt E L, basis superficiei vngulæ E R L, sit æqualis semidiametro semicirculi v. g. in schem. anteced. ipsi D B. Pariter intelligamus superficiem vngulæ E A T M, cuius axis A E, æquetur arcui semicirculi D I A, seù quadrantis D L X, & basis E M, dupla prioris, æquetur diametro D A. Accipiatur in axi A E, nempe in dimidio AD, AC, æqualis arcui D L, (supponimus enim D L, minorem semiquadrante) & ducatur C Q, E M, parallela. Liquet ex natura superficiei vngulæ, C Q, æqualem esse D I, sinui recto arcus D L, seù A C. Intelligamus aliam superficiem vngulæ ARN, æqualem omnimodè ipsi E R L; & facta D H, æquali

N 2 A C,

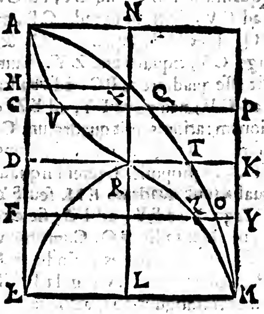
AC, ducatur HX, parallela EM. Cum AC, correſpondeat arcui DL, & arcus DL, DI, ſint æquales: correſpondebit HD, ipſi arcui DI. Cum vero ſit vt AD, ſinus totus ad DI, ſinum arcus DL, ſic DI, ad DC, ſinum verſum arcus DI: erit etiam vt EM, æqualis AD, ad CQ, æqualem DI, ſic CQ, ad ſinum verſum correſpondentem arcui DI, nempe in ſuperficie, arcui DH. Cumque ſinui verſo correſpondenti arcui DH, ſit æqualis CV, ex dictis in coroll. 2. propoſit. 9. erit vt EM, ad CQ, ita CQ, ad CV. Et hoc vbicunque ſit ducta CQ, vltra DT. Hæc doctrina ſummopere adnotetur, quia eſt ſummè neceſſaria.

PROPOSITIO XXXV.

Si ſuperficies vngulæ explicata cum rectangulo ſibi circumſcripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex ſuperficie, vt ipſum rectangulum ad figuram ſupradictam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SVperficies vngulæ EATM, cum rectangulo AM, rotetur circa AE. Dico cylindrum ex rectangulo, eſſe ad ſolidum ex ſuperficie, vt rectangulum AM, ad figuram EARM, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod enim ſit ſecundum totum, patet; quia ſicuti eſt ex propoſit. 11. cylindrus ex rectangulo duplus ſolidi

ex



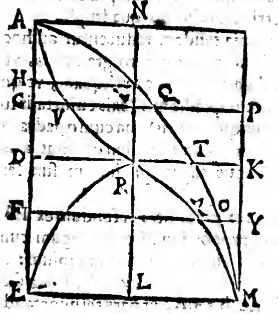
ex EATM; sic rectangulum AM, duplum est figuræ EARM. Quod verò sit etiam secundum partes proportionales, patebit statim. Secentur omnia linea parallela ipsi EM. Hæc vel secat bifariam NL, vel secat NR, vel secat RL. Secet bifariam, vt DRTk. Quoniam enim quadratum kD, duplum est quadrati DT, vt facile elicitur ex proposit. 8. ergo vt quadratum KD, ad quadratum TD, sic kD, ad DR. Quare & vt kD, ad DR, sic circulus radij kD, ad circulum radij DT. Sed secet supra, vt CVQP. Quoniam ex scholio antecedent. vt PC,

ad

ad CQ, sic CQ, ad CV: ergo & vt quadratum PC, ad quadratum CQ, sic CP, ad CV. Nempe vt CP, ad CV, sic circulus radij CP, ad circulum radij CQ. Fiat DF, æqualis DC, & sit ducta FY. Ergo CV, æqualis erit ZY. Cum ergo probatum sit esse quadratum PC, ad quadratum CQ, vt CP, ad CV; nempe vt FY, ad YZ: ergo & per conuersionem rationis, erit quadratum CP, seù FY, ad excessum supra quadratum CQ, nempe ad quadratum FO, ex proposit. 8. (etenim quadrata CQ, FO, æqualia sunt quadrato EM, seù FY) sic FY, ad FZ. Ergo & vt FY, ad FZ, sic circulus radij FY, ad circulum radij FO. Cum ergo vbicunque secentur figuræ, sit circulus cylindri ex AM, circa AE, ad circulum solidi ex vngula EATM, circa AE, vt linea rectanguli AM, ad lineam figuræ EARM. Ergo expertus in methodo indiuisibilium agnoscet, ita esse cylindrum ad solidum, vt rectangulum ad figuram, non solum secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed lector in nostris operibus exercitatus, faciliter etiam agnoscet, solidum ex superficie EATM, circa AE, reuoluta, & figuram EARM, esse quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate: tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare cum in schol.



ſchol. prim. propoſit. 26. manifeſtatum ſit centrum æquilibrij figuræ EARM, appenſæ ſecundum AE, ſic ſecare AE, vt pars terminata ad A, ſit ad reliquam, vt quadratum AD, vna cum quadrato ſemidiametri, ad exceſſum quadrati AD, ſupra quadratum eiuſdem ſemidiametri: ſic etiam ſecabitur AE, à centro grauitatis ſolidi ex ſuperficie vngulæ. Secabitur ergo ſic axis ſolidi ex ſuperficie vngulæ reuoluta circa axim à ſuo centro grauitatis, vt pars terminata ad verticem ſit ad reliquam, vt quarta pars quadrati axis, vna cum quadrato ſemidiametri ſemicirculi,

culi, cuius peripheria æquetur axi, ad excessum dictæ quartæ partis quadrati axis supra quadratum illius semidiametri. Et vt horum quadrupla.

Quæ omnia tandem reducentur ad hoc, vt axis solidi sic secetur à suo centro grauitatis, vt pars terminata ad verticem sit ad reliquam, vt quadratum axis, seu arcus quadrantis (axis enim talis solidi semper est arcus quadrantis) vna cum quadrato semidiametri illius arcus, ad excessum quadrati axis, seù arcus quadrantis supra quadratum suæ semidiametri.

Cumque ex proposit. 11. solidum ex EATM, circa AE, sit proportionaliter analogum cum excessu cylindri sibi circumscripti supra ipsum: etiam centrum grauitatis excessus cylindri supra dictum solidum, sic secabit EA, vt pars terminata ad E, sit ad reliquam, vt quadrata AE, & semidiametri ad excessum quadrati AE, supra quadratum semidiametri. Hæc, quæ probata fuerunt de particulari solido ex superficie vngulæ, patet per analogiam transferri ad omnia dicta solida.

PROPOSITIO XXXVI.

Solidi ex superficie vngulæ circa latus rectanguli circumscripti axi parallelum reuoluta, centrum grauitatis assignare.

Huiu-

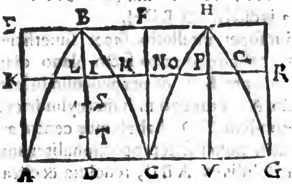
HViuscè solidi indagabimus centrum grauitatis illo, eodemue artificio, quo venati fuimus centrum grauitatis infinitorum semifusorum parabolicorum in proposit. 31. miscell. hyperb. & parabolici.

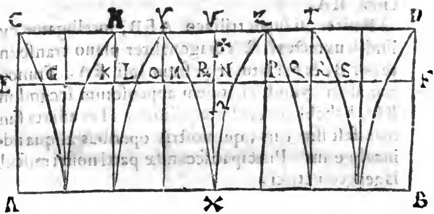
Esto ergo superficies vngulæ DBC, quæ rotetur circa FC, latus rectanguli sibi circumscripti, parallelum axi BD, vt exinde generetur solidum DBCHV. Huiusce intelligimus centrum grauitatis assignare. Intelligamus figuram duplicatam esse ABC, & ipsam reuolutam esse circa FC, ad generandum solidum ABCHG. Ex proposit. 30. eiusd. miscell. hyperb. hoc solidum æquatur tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, quatuor solidis, quorum duo sint, quæ generantur ex reuolutione superficiei DBC, circa DB, alia duo circa FC: & hæc quatuor solida sint disposita, vt in secunda figura. Ex citat. ergo proposit. 30. miscell. hyperb. quatuor solida secundæ figuræ, sunt proportionaliter analoga cum solido ABCHG. Sed solidum ABCHG, est ex schol. proposit. 12. proportionaliter analogum cum figura ABC. Ergo figura ABC, erit etiam proportionaliter analoga cum dictis qnatuor solidis. Ergo eodem modo secabitur BD, à centro grauitatis ipsius ABC, ac VX, à centro grauitatis quatuor solidorum simul sumptorum. Sed facta BT, æquali semidiametro, est punctum T, centrum grauitatis ipsius ABC, ex proposit. 20. Ergo etiam

O facta

facta V N, æquali semidiametro, erit N, centrum grauitatis quatuor solidorum simul sumptorum. Intelligatur V X, sic diuisa in 2 (perpende quæso demonstrationis vim, nec te deturbent sculptoris errores) vt sit V 2, ad 2 X, vt quarta pars quadrati V X, vna cum quadrato semidiametri semicirculi cuius circumferentia æquetur V X, ad excessum quartæ partis quadrati V X, supra quadratum dictæ semidiametri. Vel melius, vt quadratum V X, cum quadrato semidiametri arcus quadrantis V X, ad quadratum V X, minus quadrato semidiametri. Ergo in dicta ratione, ex schol. anteced. secabitur axis vnius ex solidis medijs ab ipsius centro grauitatis. Cum ergo ambo media sint artificiosè sic disposita, vt commune ipsorum centrum grauitatis sit in V X: erit hoc punctum 2. Cum vero N, sit centrum grauitatis quatuor solidorum simul, & 2, duorum mediorum; erit in N V, etiam centrum grauitatis duorum extremorum simul. Fiat 2 N, ad N ✳, vt excessus diametri circuli, cuius arcui quadrantis æquetur V X, supra dimidiam V X, ad dimidiam V X: nempe reciprocè ex proposit. 15. vt vnum solidorum extremorum ad vnum mediorum; nempe vt duo extrema ad duo media. Ergo ✳, erit centrum grauitatis duorum solidorum extremorum simul sumptorum. Cumque, ex industria fuerint sic disposita, vt eodem modo secetur V X, à centro grauitatis duorum extremorum simul sumptorum, ac axis vniuscuiusque à proprio centro grauitatis. Si taliter sit secta F C, in N, vt se-

ctus





ctus est axis V X, in ✳. Erit inuentum N, centrum grauitatis solidi DBCHV. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM I.

Cum ergo habeamus etiam centrum grauitatis totius cylindri B V: nec ignoretur ratio solidi D B C-

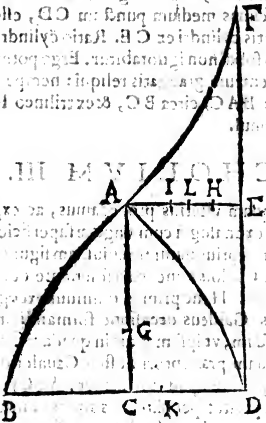
HV, ad solidum BCH, ortum ex reuolutione trilinei BCF, circa CF: habebimus in FC, centrum grauitatis dicti solidi BCH.

Sed insuper intellecto super superficie vngulæ ABD, cylindrico recto secto plano diagonaliter transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Truncorum huius cylindrici appensorum secundum BD, habebimus centra æquilibrij. Quia dicti trunci sunt proportionaliter analogi cum duobus solidis ex ABD, reuoluta & circa BD, & circa EA.

Pariter, si super trilineo AEB, intelligatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per B, & per latus oppositum ipsi EA. Truncorum dicti cylindrici itidem appensorum secundum BD, habebimus centra æquilibrij. Hæc afferta sunt manifestissima ijs, qui nostris operibus aliquando incubuerint. Præcipuè secundæ parti nostri miscellanei geometrici.

SCHOLIVM II.

Licuit ergo ex superioribus, lectori agnoscere, nos assignasse centra grauitatis solidorum ex superficie vngulæ reuoluta tam circa axim, quam circa latus rectanguli circumscripti axi parallelum. Sed quomodo inueniatur centrum grauitatis solidi ex superficie reuoluta circa basim, ignoramus. Attamen, ex dictis, scire possumus centrum grauitatis dicti solidi coniuncti



iuncti cum alio quoddam, vt nunc explicabimus. Supponamus in diagrammate præsenti, BAFD, esse figuram, de qua sæpe sæpius supra loquuti sumus: nempe BAD, esse duplicatam superficien vngulæ circa axim AC, & FAD, esse duplicatum trili-

neum: consideremus insuper totam figuram BAFD, rotari circa BD. Iam ex proposit. 29. scimus in quo puncto secetur BD, à centro grauitatis solidi dicti. Sed etiam scimus medium punctum CD, esse centrum grauitatis cylindri ex CE. Ratio cylindri dicti ad reliquum solidi non ignorabitur. Ergo poterimus etiam scire centrum grauitatis reliqui: nempe solidi ex superficie BAC, circa BC, & ex trilineo FAE, circa BD, simul.

SCHOLIVM III.

Sed antequam vlterius procedamus, ac explicemus ea, quæ ex analogia cum vngulæ superficie emanant; debemus prius naturam cuiusdam figuræ, quæ communiter Cyclois nuncupari solet, ante oculos lectorum ponere. Hanc primus omnium excogitauit celeberrimus Galileus occasione formandi arcum Pontis cuiusdam, vt ipsemet ait in quadam familiari epistola, quam præceptori nostro Caualerio olim scribebat, quæque apud nos manet. Vt Cycloidis mensuram reperiret, per plurimos annos Galileus laborauit. Cumque hanc frustra tentasset, tandem rem Caualerio communicauit: sed prius spatium 35. annorum (ni fallor) vt ipsam assequeretur consumpsit, vt pluribus vicibus ab ore proprio Caualerij pronunciari audiuimus. Sed nec Cycloidis mensura pro Caualerio reseruabatur. Hanc etenim primus omnium mundo patefecit admirabilis Torricellius.

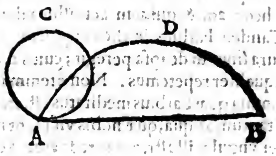
Post

Post ipsum quadrauit eam Tacquet in dissert: de motu, &c. theor. 20. & quidem acutissima demonstratione. Tandem Farbius in dicto opusculo de cycloide, & figura sinuum de ipsa peregit; cuius doctrinam & nos aliqualiter repetemus. Non etenim intelligimus, ea omnia quæ Farbius meditatus est, iterum ponere: sed tantum aliqua, quæ nobis visa sunt naturam superficiei vngulæ illustriorem reddere. Sed prius explicationem Cycloidis indolis à Torricellio mutuabimur, sicuti ipse eam recepit à Cycloidis parente Galileo. Audiamus ergo Torricellium in appendice de cycloide pag. apud nos, 85, sic alloquentem.

Concipiatur super manente aliqua recta linea A B, circulus A C, contingens rectam A B, in puncto A. Noteturque punctum A, tamquam fixum in peripheria circuli A C. Tum intelligatur super manente recta A B, conuerti circulum A C, motu circulari simul & progressiuo versus partes B: ita vt subinde aliquo sui puncto rectam lineam AB, semper contingat, quousque fixum punctum iterum ad contactum reuertatur, puta in B. Certum est, quod punctum A, fixum in peripheria circuli rotantis A C, aliquam lineam describet, surgentem primo à subiecta linea AB, deinde culminantem versus D; postremo pronam, descendentemque versus punctum B.

Vocata est à prædecessoribus nostris, præcipuè à Galileo iam supra 45. annum, huiusmodi linea A D B, cyclois, recta verò A B, basis cycloidis; at circulus A C, genitor cycloidis.

Proprietas, & natura cycloidis ea est, vt basis ip- *sius*



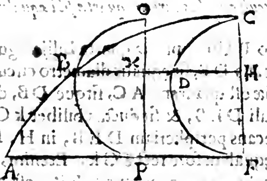
sius AB, æqualis sit peripheriæ circuli genitoris AC; Quod quidem non adeò obscurum est. Nam tota peripheria AC, se ipsam in conuersione commensurauit super manente recta AB.

Hæc quidem Torricellius. Ex natura verò cycloidis agnita, quædam explicabimus, quæ ex analogia inter ipsam, & superficiem vngulæ emanant.

PROPOSITIO XXXVII.

Si circa axim semicycloidis veluti circa diametrum sit semicirculus genitor ad partes semicycloidis, & ducatur vbilibet ordinatim applicata terminans ad curuam cycloidalem, & circumferentiam semicirculi. Hæc æqualis erit peripheriæ semicirculi, quam abscindit versus verticem.

Esto semicyclois ABCF, cuius axim intelligimus CF; & sit semicirculus genitor CDF; & sit ducta vbilibet BD, parallela AF, terminata ad curuas ABC, CDF. Aio BD, æqualem fore circum-



circumferentiæ CD, quam abſcindit verſus verticem C. Per punctum B, tranſeat ſemicirculus genitor OBP, & BD, extendatur ad H. Ex geneſi cycloidis ſupra explanata patet, circumferentiam BP, æqualem fore AP. Cum ergo tota circumferentia OBP, æquetur AF: reliqua BO, ſeu DC, ęquabitur reliquæ PF; nempe XH. Cum vero ſinus BX, DH, ſint ęquales: addita communi XD; erit BD, ęqualis XH, nempe circumferentiæ DC. Quod &c.

PROPOSITIO XXXVIII.

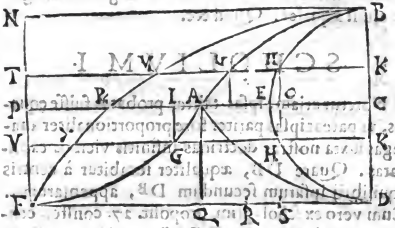
Si ſuper baſe primæ quartæ Lilij vngularis, tamquam ſuper diametro, ſit ſemicirculus ad eandem partem quartæ: hæc

 baſis

basis sit pariter æqualis diametro circuli basis cylindri, ex quo deducta fuit superficies vngulæ: & sit ducta vbilibet parallela axi quartæ. Hæc secabit circumferentiam semicirculi versus curuam quartæ sibi æqualem.

ESto BAFD, prima quarta Lilij vngularis, cuius basis DB, sit æqualis diametro circuli, cuius peripheriæ est quadrans AC, sitque DB, diameter semicirculi DEB, & sit ducta vbilibet kG, parallela FD, secans peripheriam DEB, in H. Dico arcum HB, æqualem fore rectæ Gk. Etenim, quod AC, sit æqualis arcui quadrantis EB, est manifestissimum. KHG, ergo potest secare, vel solam superficiem vngulæ CAB: vel etiam trilinea. Secet primo solam superficiem vngulæ CAB, & ducantur GL, HO, parallelæ CB, quæ sunt æquales, & sunt sinus recti EH, AL, arcuum quadrantum æqualium: ergo AL, EH, erunt æquales. Quare, etiam reliqua LC, seu Gk, erit æqualis reliquæ HB. Si vero kHG, secet trilinea ducantur pariter GL, HO, parallelæ DB. Quæ pariter erunt æquales. Et cum sint sinus recti arcuum quadrantum æqualium LA, HE: erit LA, æqualis arcui HE. Sed etiam AC, æqualis arcui EB. Ergo tota LC, seu GK, æqualis circumferentiæ HEB. Semper ergo dicta parallela est æqualis arcui HB. Quod &c.

PRO-



PROPOSITIO XXXIX.

Si axis antecedentis primæ quartæ Lilij ungularis sit basis semicycloidis; & basis quartæ axis eiusdem. Quarta erit æqualis exceßui semicycloidis supra semicirculum genitorem.

Esto semicycloidis DBMF, cuius basis FD, axis DB, vt semicirculus genitor sit DEB. Dico quartam Lilij DFAB, æqualem fore ipsi DEBMF, excessui semicycloidis supra semicirculum.

Ducatur KM, vbilibet parallela FD, secans quartam,& semicycloidem in M, G. Cum ex duabus proposit. antecedent. tam MH, quam Gk,

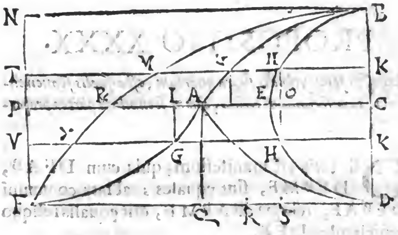
ęquales sint eidem circumferentiæ HB. Ergó erunt ęquales inter se. Et hoc vbilibet. Ergo etiam figuræ erunt æquales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Notetur etiam, ipsas taliter probatas fuisse ęquales, vt pateat ipsas pariter fore proportionaliter analogas iuxta nostras doctrinas infinitis vicibus explicatas. Quare DB, æqualiter secabitur à centris ęquilibrij ipsarum secundum DB, appensarum. Cum vero ex schol. prim. proposit. 27. constet, centrum ęquilibrij quartæ DFAB, quod sit v. g. K, sic diuidere DB, vt BK, sit ad kD, vt arcus quadrantis, vna cum excessu semidiametri supra dimidium dicti arcus, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum, vna cum dimidio dicti excessus. Constabit etiam sic diuidi DB, à centro ęquilibrij dictæ figuræ DEBMF.

Pariter, cum vt Bk, ad kD, sic sit solidum ex DEBMF, reuoluta circa BN, parallelam FD, ad solidum ex eadem reuoluta circa FD. Patebit etiam ratio talium solidorum ad inuicem. Quæ etiam erit eadem cum ratione solidorum genitorum ex quarta eodem modo reuoluta.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Sed particularius adnotetur, probatum fuisse etiam superficiem vngulæ CAB, & E℞MB, partem semicycloidis æquales esse; & consequenter magnitudines analogas. Cum verò ò, ex proposit. 16. centrum æquilibrij superficiei CAB, appensæ secundum CB, quod sit k, sic ipsam diuidat, vt Ck, sit ad kB, vt dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum, vna cum excessu ipsius supra dimidium arcus quadrantis. Sic etiam secabitur CB, à centro æquilibrij illius partis semicycloidis.

Ex quibus etiam sciemus rationem ad inuicem solidorum ex reuolutione E℞MB, tam circa NB, quam circa CP, reuoluta. Quæ erit eadem cum

cum ratione solidorum genitorum ex superficie vagulæ sic reuoluta.

PROPOSITIO XXXX.

Excessus semicycloidis supra quartam, est æqualis semicirculo, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

DE totis est manifestum, quia cum DFAB, DEBMF, sint ęquales; ablata communi DEBAF; reliqua FABMF, erit ęqualis reliquo semicirculo DEB.

De partibus etiam proportionalibus patébit. Quia, cum HBMH, sit ęqualis kGB; ablata communi HBG; reliqua GMB, erit ęqualis reliquæ kHB. Idem probaretur de cæteris partibus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Cum verò hæ figuræ sint æquales, vt explicatum est; patet esse proportionaliter analogas, &c. Ergò centrum æquilibrij excessus FABMF, appensi secundum DB, erit C, medium punctum ipsius.

Ergo etiam si dictus excessus voluatur tam circa NB, quam circa FD; solida genita erunt æqualia.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Aſt cum dictæ figuræ ſint proportionaliter analogæ etiam ſecundum partes proportionales, & cum in ſchol. 1. propoſit. 25. lib. 3. traditum ſit qualiter inueniendum ſit centrum grauitatis cuiuſcunque circuli portionis; ſeù centrum ęquilibrij cuiuſcunque BHk, dimiæ portionis ſemicirculi appenſę ſecundum BK: aſſignatus pariter erit modus reperiendi centrum ęquilibrij partis cuiuſcunque MBG, exceſſus dicti itidem appenſæ ſecundum Bk.

Quamobrem conſequenter habebitur ratio ſolidi ex MBG, circa NB, reuoluta, ad ſolidum ex eadem circa Mk, ex propoſit. 4. lib. 3.

Peculiariùs verò agnoſcemus ex propoſit. 24. lib. 3. quod ſi ℞BA, dimidium dicti exceſſus, intelligatur appenſum ſic, & ſit eius centrum ęquilibrij k: erit Bk, ad kC, vt exceſſus ℞E, ſeù AC, ſupra ſubſeſquialteram EC, ad dictam ſubſeſquialteram. Nam ex dicta propoſit. ſuppoſito k, centro ęquilibrij quadrantis BEC, appenſi ſecundum BC, eſt BC, ad Ck, vt circumferentia BE, ad tertiam partem duplæ EC: nempe ad ſubſeſquialteram EC. Diuidendo ergo, patebit propoſitum.

Conſequenter autem tenebimus ex citat. propoſit. 4. lib. 3. quod ſi ℞BA, rotetur circa NB, & circa PC: erit primum ſolidum ad ſecundum, vt exceſſus arcus quadrantis ſupra ſubſeſquialteram ſemidiametri,

metri, ad dictam subsesquialteram.

Adnotetur etiam, quę dicta fuere de partibus terminatis ad B, verificari quoque de terminatis ad F. Quia dictæ partes sunt omniquaque ęquales, & similes.

PROPOSITIO XLI.

Semicyclois est tripla semicirculi genitoris.

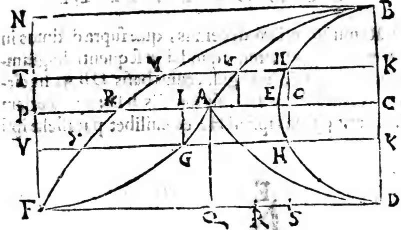
Manifestum etenim est ex sępe sępius dictis, rectangulum ND, duplum esse quartæ Lilij DFAB. Ergo etiam erit duplum DEBMF, excessus semicycloidis supra sęmicirculum. Sed etiam idem rectangulum ND, est quadruplum semicirculi DEB, vt elicitur ex Archim. in lib. de circuli quadra: & ex ijs, quæ nos explicauimus in proposit. 6. lib. 2. & in scholijs eiusdem. Ergo DEBMF, erit dupla semicirculi DEB. Et componendo, tota semicyclois erit tripla semicirculi.

SCHOLIVM I.

Cum verò FABMF, sit probata ęqualis semicirculo: rectangulum ND, erit eius quadruplum. Quod notetur.

Pariter agnoscemus, rectangulum ND, esse sesquitertium semicycloidis.

SCHO-

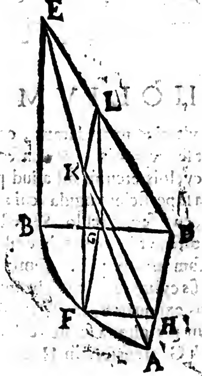


SCHOLIVM II.

Antequam vlterius procedamus, consideremus quid propriè sit semicyclois, & consequenter tota cyclois. Semicyclois etenim nil aliud propriè est, quam duplicata superficies vngulæ, cui accedant duplicata trilinea, cum semicirculo. Sed est superficies vngulæ talis naturæ, vt basis eius, hoc est latus cylindri, ex quo dessumitur, sit æqualis semidiametro circuli, qui est basis cylindri. Sed debemus cogitare, omnes parallelas axi quartæ, trasferri, & terminari ex vna parte cum peripheria semicirculi. Debemus enim cogitare, k G, transferri in H M: CA, in E R: & sic de reliquis.

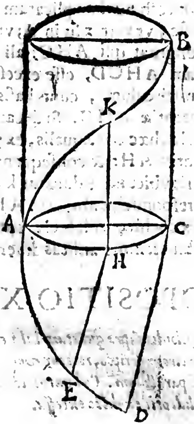
SCHOLIVM III.

Reminiſci etiam debemus, quæ ſupra diximus in propoſit. 6. Nimirum, quod ſi in ſequenti diagrammate, A B D E, ſit vngula, cuius baſis D B A, ſit circuli quadrans, & E B, ſit ęqualis B D: quod etiam k F, erit ęqualis ipſi F H; & cuilibet parallelæ ipſi



B E,

BE, correſpondebit aliquis ſinus in quadrante BAD. Quod hic verificatur, pariter ſuo modo verum eſt in quadam ſuperficie alia intellecta in cylindro, & in exceſſu ſemicycloidis ſupra ſemicirculum, vt ſtatim explicabimus. Cogitemus in ſuperficie cy-



lindri AB, existere helicem AkB, sic vt BC, sit ęqualis circumferentiæ AHC. Probat Guidus Vbaldus in suo lib. 1. de cochlea proposit. 38. quod si vbilibet ducatur kH, parallela BC, ipsam æqualem fore circumferentiæ AH. Quod attamen facilè agnoscitur à non ignorante cochleæ naturam. Superficies etenim AkBC, aliud non est, quam triangulum quoddam rectangulum plicatum super superficiem cylindri sic, vt vertex sit in A; vnum laterum circa rectum congruat ipsi AHC: aliud ipsi BC. Cogitemus etiam AHCD, esse excessum semicycloidis supra semicirculum, cuius basis DC, sit ęqualis circumferentiæ AHC. Si ducatur HE, ipsi DC, parallela, hæc erit æqualis, ex proposit. 37. ipsi circumferentiæ AH: & consequenter ipsi kH. Et hoc verum erit vbicunque ducatur kH. Ergo cuilibet kH, correspondebit aliqua in AHCD. Non verò superficies cochleę AkBC, erit ęqualis ipsi AHCD: obstat etenim transitus diuersitas.

PROPOSITIO XLII.

Si excessus semicycloidis supra quartam Lib. j vngularis, cum rectangulo sibi circumscripto, rotetur vel circa basim, vel circa latus ipsi parallelum. Cylindrus ex rectangulo, erit quadruplus solidi orti ex dicto excessu.

IN schem. sequent. rectangulum DN, cum FABMF, rotetur vel circa FD, vel circa NB (vtroque

que enim modo facta rotatione, solida genita erunt æqualia, ex schol. proposit. 40.) Dico cylindrum quadruplum fore solidi geniti. Nam ex proposit. 3. lib. 3. cylindrus ad solidum habet rationem compositam ex ratione rectanguli D N, ad excessum F A B M F, & ex ratione D C, ad D C, si rotatio fiat circa D F (C, etenim est centrum æquilibrij tam rectanguli, quam dicti excessus ex schol. proposit. 40.) Nempe cylindrus erit ad solidum, vt rectangulum ad excessum: nempe ex schol. 1. proposit. 41. in ratione quadrupla. Quod &c.

PROPOSITIO XLIII.

Si semicycloïs voluatur circa basim cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ex rectangulo ad solidum ex semicycloide, vt basis semicycloidis, ad sui quartam partem, vna cum semidiametro semicirculi, & cum dimidio excessu differentiæ inter semibasim, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & quartam partem basis.

DF, basis semicycloidis D F M B, quæ est æqualis peripheriæ D E B, sit secta bifariam in Q, & Q D, bifariam in S, & sit D R, æqualis semidiametro D C: & intelligamus rectangulum D N, cum semicycloide rotari circa F D. Dico cylindrum esse ad solidum genitum, vt F D, ad D S, D R, vna cum dimidio excessu Q R, supra R S. Nam cylindrus ex
DN,

DN, est ex proposit. anteced. quadruplus solidi ex excessu FABMF, reuoluto circa FD: nempe ad ipsum, vt FD, ad DS.

Pariter idem cylindrus ex proposit. 27. est ad solidum genitum ex quarta Lilij DFAB, circa axim ipsius DF, reuoluta, vt DF, ad DR; vna cum dimidio excessu QR, supra RS. Ergo coniungendo ambo consequentia, erit cylindrus ad solidum ex semicycloide, vt FD, ad DS, DR, vna cum excessu QR, supra RS. Quod &c.

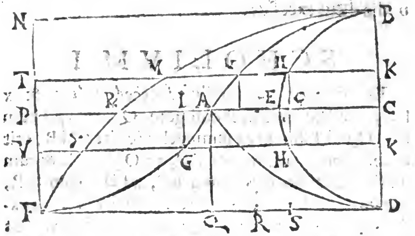
COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad excessum supra solidum, vt FD, ad excessum supra dictum consequens. Nempe vt basis semicycloidis ad sui quartam partem, vna cum differentia inter semidiametrum, & arcum quadrantis, minus dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum & dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO XLIV.

Si semicyclois cum recto angulo voluatur circa latus basi parallelum. Cylindrus erit ad solidum, vt basis dicta ad sui dimidiam, vna cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ, vt in proposit. antecedent.

DN,



DN, cum semicycloide rotentur circa NB. Dico cylindrum ad solidum, esse vt FD, ad DQ, cum DR, & cum dimidio excessus QR, supra RS. Nam, vt prius, ex proposit. 42. cylindrus est quadruplus solidi orti ex reuolutione FABMF, circa NB. Pariter ex schol. prim. proposit. 27. est ad solidum ex reuolutione quartæ DFAB, circa NB, vt FD, ad QD, RS, cum dimidio excessu QR, supra RS. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus ad totum solidum, vt FD, ad DQ, cum DS, SR (nempe vna cum RD,) & cum dimidio excessus QR, supra RS. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad excess-

excessum supra solidum, vt FD, basis ad differentiam inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus.

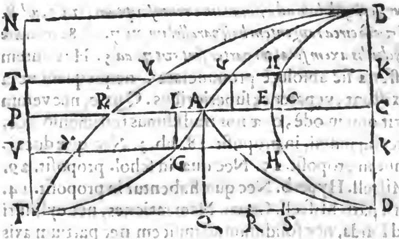
SCHOLIVM I.

Ex duabus propositionibus antecedentibus, & ex suis coroll. quatuor licet colligere. Quorum primum est, Quod solidum ex semicycloide circa NB, erit ad solidum ex eadem circa FD, vt QD, DR, & cum dimidio excessus QR, supra RS, ad DS, cum DR, & cum dicto dimidio excessu. Nempe vt arcus quadrantis, cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum vna cum dimidio arcus quadrantis, & cum dicto dimidio excessus.

Secundum est, quod si k, sit centrum grauitatis totius cycloidis, vel æquilibrij semissis appensæ secundum DB. BK, erit ad kD, in eadem ratione.

Tertium est, quod solidum ex trilineo FNB; circa FD, est ad solidum ex eodem circa NB, vt quarta pars basis semicycloidis vna cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad differentiam inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dicto dimidio excessus.

Quar-



Quartum eſt, quod ſi K, inter B, C, ſit centrum æquilibrij ipſius trilinei appenſi ſecundum D B. Erit DK, ad kB, in dicta ratione.

Licet centrum dictum æquilibrij trilinei poſſet etiam reperiri ex C, centro æquilibrij rectanguli N D; ex K, centro æquilibrij ſemicycloidis; & ex ratione ſemicycloidis ad trilineum, vt experietur in propoſit. 46.

SCHOLIVM II.

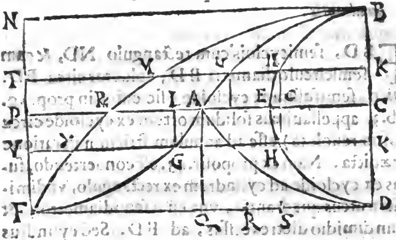
Ex dictis patere poteſt, quam cautè aſſentiendum ſit ijs, quæ etiam à ſummis, & excellentibus mathematicis abſque demonſtrationibus docentur. Siquidem eximius Torricellius in lib. prim. de motu gra-

uium schol. proposit. 18. ait. *Satis sit interea lectorem hic admonuisse quod si cycloidis spatium circa basim conuertatur, erit solidum ad cylindrum circumscriptum, vt 5. ad 8. si verò circa tangentem basi parallelam, vt 7. ad 8. centrum cycloidis axem secat vt partes sint vt 7. ad 5.* Hæc autem asserta sic absolutè pronunciata, nequaquam vera existunt, vt patet ex superioribus. Quare, nec verum erit omnimodè, quæ nos tradidimus testimonio Torricellij innixi, in proposit. 28. lib. 3. Nec quæ docuimus in proposit. 29. Nec quæ in schol. proposit. 29. Miscell. Hyperb. Nec quæ habentur in proposit. 14. pri. part. Miscell. Geom. Nam rationes, nec cylindri ad solida, nec solidorum ad inuicem, nec partium axis resecti à cycloidis centro grauitatis, sunt numero exprimibiles, sicuti semper credidimus Torricellio affirmanti. Solum sunt sic numero exprimibiles secundum cyclometriam Archimedeam, & supponendo circumferentiam circuli esse ad diametrum, vt 22. ad 7. Vt statim patebit.

Nam sic primo. Quoniam qualium F D, est 11. D S, est 2 [illegible] D R, 3 [illegible] R S 1 [illegible] Q R, 2. eius excessus supra R S, 1 [illegible] eius semissis [illegible]. Ergo cylindrus erit ad solidum ex semicycloide circa F D (cum ex proposit. 43. sit ad ipsum, vt F D, ad D S, cum D R, & cum dimidio excessus Q R, supra R S) vt 11. ad 6 [illegible], nempe vt 8. ad 5.

Secundo. Cum sit cylindrus ex proposit. 44. ad solidum ex semicycloide circa N B, vt F D, ad D Q, cum D R, & cum dimidio excessus Q R, supra R S,

erit



erit cylindrus ad solidum; vt 11. ad 9: nempe, vt 8. ad 7.

Tertio ergo erit solidum ex semicycloide circa NB, ad solidum circa FD, vt 7. ad 5.

Vnde quarto, etiam Bk, erit ad kD, vt 7. ad 5.

Verum, quoniam in proposit. 28. lib. 3. & in alijs locis supra citatis aliqua, vt diximus, proposita fuerunt aliter, ac proponi debent: ideo proponentur iuxta veritatem. Sit ergo.

PROPOSITIO XLV.

Fusus cycloidalis est ad annulum strictum ex circulo genitore, vt semidiameter vna cum dimidio arcus quadrantis, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & se-

& semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis.

FBD, semicyclois cum rectangulo ND, & cum semicirculo diametri BD, voluatur circa FD. Dico, semifusum ex cycloide (sic enim in prop. 29. lib. 3. appellauimus solidum ortum ex cycloide circa basim reuoluta) esse ad annulum strictum in ratione prædicta. Nam ex proposit. 43. est conuertendo, fusus ex cycloide ad cylindrum ex rectangulo, vt dimidium arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus, ad FD. Sed cylindrus est ad annulum ex DEB, vt rectangulum ad DEB, nempe ex proposit. 41. in ratione quadrupla: nempe, vt FD, ad sui quartam partem, scilicet ad dimidium arcus quadrantis (cum enim ex proposit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad annulum componatur ex ratio rectanguli ad DEB, & CD, ad CD: erit cylindrus ad annulum, vt rectangulum ad DEB: nempe quadruplus.) Quare ex æquali, erit fusus ad annulum, vt dimidium arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Cum verò in proposit. 42. & in schem. super: ostensum sit, etiam cylindrum ex ND, circa FD, quadruplum esse solidi ex FABMF, reuoluta circa vel FD, vel NB: & cum in progressu demonstrationis antecedentis ostensum pariter sit, cylindrum eundem esse quadruplum semiannuli ex semicirculo: sequitur solida ex FABMF, reuoluta tam circa FD, quam circa NB, æqualia fore semiannulo ex semicirculo genitore reuoluto tam circa FD, quam circa NB. Solida ergo genita sunt æqualia, & figuræ etiam æquales sunt ex proposit. 40.

SCHOLIVM II.

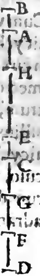
Cum verò ex schol. 1. proposit. 44. sit solidum ex semicycloide reuoluta circa NB, ad solidnm ex eadem circa FD, vt arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dicto dimidio excessus, ad semidiametrum, cum dimidio arcus quadrantis, & cum dimidio illius excessus. Ergo ex æquali, erit solidum ex semicycloide circa NB, ad semiannulum ex semicirculo, vt arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dimidio illius excessus, ad dimidium arcus quadrantis.

SCHO-

PROPOSITIO XLVI.

Centrum grauitatis excessus rectanguli circumscripti cycloidi supra ipsam, seu æquilibrij semiexcessus appensi secundum axim sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt dimidium excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, vna cum semidiametro, ad sesquialteram arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dicto dimidio excessus.

SIt rectangulum ND, cum semicycloide FBD. Dico, BD, sic secari à centro æquilibrij trilinei FNB, vt pars terminata ad B, sit ad reliquam in dicta ratione. Facilitatis gratia exponatur seorsim linea BD, quæ sit secta bifariam in E, vt repræsentet centrum æquilibrij totius rectanguli ND. Item sit C, centrum æquilibrij semicycloidis: Ergo ex schol. 1. proposit. 44. erit BC, ad CD, vt dimidium illius excessus, vna cum arcu quadrantis, & cum semidiametro, ad dimidium arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus. Diuidatur, BD, in omnibus istis partibus: nempe BA, & DF, vnaquæque ipsarum repræsentet dimidium illius excessus: AH, & GF, semidiame-



tros:

tros; AC, arcum quadrantis, & CG, dimidium. Cum ergo HE, EG, sint æquales, & HC, sit dupla CG: erit CE, tertia pars HE. Cum autem E, sit centrum equilibrij totius rectanguli ND; & C, sit centrum semicycloidis FBD: & eliciatur ex proposit. 41. trilineum FNB, esse tertiam partem semicycloidis FBD: erit trilineum ad semicycloidem reciproce, vt CE, ad EH. Quare H, erit centrum æquilibrij trilinei. Sed BH, est ad HD, vt dimidium illius excessus, cum semidiametro, ad sesquialteram arcus quadrantis, vna cum semidiametro, & cum dimidio illius excessus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Sed dices. Nonnè hæc ratio in schol. 1. proposit. 44. aliter expressa fuit? Nonne ibidem dictum fuit, partem ad verticem esse ad reliquam, vt differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus sæpe dicto dimidio excessus, ad dimidium arcus quadrantis, vna cum dicta differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum; minus dicto dimidio excessus?

Hæc non te deturbent, mi lector. Nam eadem proportio istis terminis exprimitur. Quia termini expressi in schol. citat. proposit. 44. sunt tertiæ partes eorum, qui in præsenti exponuntur. Differentia enim inter arcum quadrantis, & semidiametrum, mi-

nus dicto dimidio excessus, est tertia pars dicti dimidij excessus, & semidiametri. Sic alius terminus est tertia pars alterius, vt experienti constabit.

PROPOSITIO XLVII.

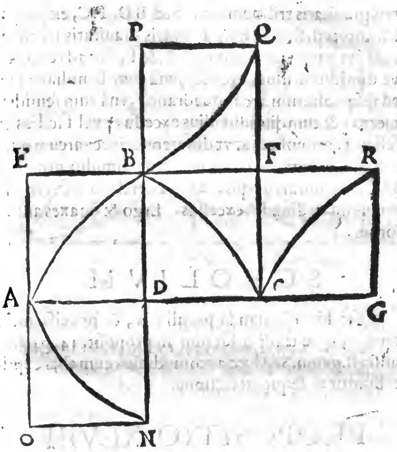
Assignare veras rationes eorum, quæ ponuntur in schol. prop. 29. miscell. hyperb. de ipsa cycloide.

IN citat. schol. pagina 100. diximus primo, quod si ABC, sit cyclois, quæ voluatur circa FC; secari FC, à centro grauitatis annuli, vt partes annuli sint vt 7. ad 5. Quod non verificatur nisi impropriè. Propriè namque, & præcisè, ita diuidetur, vt pars terminata ad F, sit ad reliquam, vt arcus quadrantis, cum semidiametro, & cum sæpe dicto dimidio excessus, ad semidiametrum, cum dimidio arcus quadrantis, & cum dicto dimidio excessus. Sicuti diuideretur BD, à centro grauitatis cycloidis.

Idem intelligendum est si cyclois ABC, voluèretur v. g. circa GR, vt fieret annulus latus. Eodem namque modo partiretur RG, à centro grauitatis dicti annuli.

In pagina 101. egimus de centro grauitatis annulorum genitorum ex duplicata semicycloide DBCRG, reuoluta tam circa RG, vt fieret annulus strictus; quam circa aliam v. g. EA, vt fieret annulus latus. Vtroque namque modo, RG, vel EA, secabuntur à centris grauitatis annulorum in antedicta ratione.

Item



Item in eodem loco egimus de centris grauitatis annulorum tam strictorum, quam latorum, genitorum vel ex reuolutione trilineorum AEBFC, circa FC, vel aliam extra ipsam, putà RG: vel ex reuolutione BCR, vel circa RG, vel circa aliam putà EA. Secantur enim axes talium annulorum à cen-

tris ipsorum grauitatis, vt secantur B D, F C, à centris grauitatis trilineorum. Sed B D, F C, ex proposit. anteced. sic secantur à centris grauitatis trilineorum, vt partes terminatæ ad B, & F, sint ad reliquas, vt dimidium illius excessus, vnà cum semidiametro, ad sesquialterum arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio illius excessus: vel facilius ex schol. 1. proposit. 44. vt differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus, ad dimidium arcus quadrantis cum dicta differentia, minus dicto dimidio excessus. Ergo & sic axes annulorum.

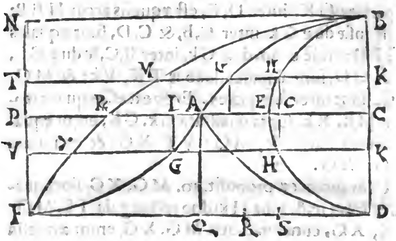
SCHOLIVM.

Esset hic assignanda peculiaris, & præcisa ratio eorum, quæ tradita fuerunt in proposit. 14. part. 1. miscell. geom. Sed hæc accomodatius cum alijs explicabuntur in sequenti sectione.

PROPOSITIO XLVIII.

Si excessus semicycloidis supra primam quartam Lilij vngularis rotetur circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ex rectangulo ad solidum ex dicto excessu, vt quadratum basis semicycloidis, ad sui quartam partem, vna cum subsesquialtero quadrati semidiametri.

FA-



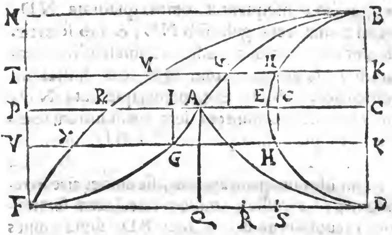
FABMF, excessus semicycloidis FMBD, supra primam quartam Lilij vngularis FABD, cum rectangulo ND, intelligatur rotari circa BD, & sit QD, dimidia FD, seu arcus quadrantis, & RD, semidiameter. Dico cylindrum ex ND, esse ad solidum ex FABMD, vt quadratum FD, ad quadratum QD, vna cum subsesquialtero quadrati RD.

Accipiantur in BC, CD, duo puncta k, vtcunque æque remota à C, & per ipsa ducantur duæ kT, kV, parallelæ FD, secantes peripheriam semicirculi genitoris in H; curuam quartæ in G: curuam cycloidis in M, X: & NF, latus rectanguli in T, V. Quoniam excessus quadrati Mk, supra quadratum Gk, sunt duo rectangula MGk, cum quadrato MG: & pariter excessus quadrati Xk, supra quadratum Gk, sunt duo

 rectan-

rectangula X G k, cum quadrato X G: & quoniam G k, inter B C, est ex proposit. 38. æqualis arcui H B: & pariter G K, inter D, C, est æqualis arcui H E B: vndè ipsæ duæ G k, inter C, B, & C, D, sunt æquales ipsi F D: vndè etiam duæ G k, inter B, C, & duæ G k, inter C D, sunt æquales duabus T K, V k: & M G, X G, sunt inter se æquales. Ergo excessus quadratorum M k, X k, supra quadrata G k, G K, erunt æqualia rectangulis T k, M G: V T, X G: & quadratis M G, X G.

Cum autem ex proposit. 40. M G, X G, sint æquales & inter se, & ipsis H k: duo rectangula T k, M G: V K, X G, cum quadratis M G, X G, erunt æqualia rectangulis T K H, V k H, cum duobus quadratis k H. Quare etiam dicta duo rectangula TkH, VkH, cum duobus quadratis k H, erunt æqualia excessui quadratorum M k, X k, supra quadrata G K, G K. Sed duo puncta k, accepta fuerunt arbitrariè. Ergo omnia rectangula sub omnibus lateribus rectanguli N D, parallelis F D, & sub omnibus lineis semicirculi D E B, itidem parallelis F D, vna cum omnibus quadratis prædictarum linearum semicirculi, erunt æqualia excessibus omnium quadratorum semicycloidis sumptorum iuxta regulam quadratum F D, supra omnia quadrata quartæ F A B D, accepta secundum eandem regulam. Ergo omnia quadrata rectanguli N D, sumpta secundum eandem regulam, erunt ad hæc in eadem ratione. Sed omnia quadrata rectanguli N D, sunt ad omnia rectangula sub



ſub omnibus lineis rectanguli N D, & ſub omnibus lineis ſemicirculi D E B, vt rectangulum ad ſemicirculum, vt expertus in argumentando per indiuiſibilium methodum agnoſcet faciliter: nempe ex propoſit. 41. in ratione quadrupla: nempe, vt quadratum F D, ad quadratum Q D. Item omnia quadrata N D, ſunt ad omnia quadrata ſemicirculi, vt quadratum F D, ad ſubſeſquialterum quadrati ſemidiametri: nempe D R (quia omnia quadrata N D, ad omnia quadrata rectanguli circumſcripti ſemicirculo, ſunt vt quadratum P C, ad quadratum E C: omnia vero quadrata rectanguli circumſcripti ſemicirculo, ſunt ad omnia quadrata ſemicirculi, vt quadratum E C, ad ſui ſubſeſquialterum: quare ex æquali, omnia quadrata rectanguli ND, ſunt ad omnia quadrata

ta

ta semicirculi, vt quadratum P C, seù F D, ad subsesquialterum quadrati E C, seù R D.) Ergo colligendo ambo consequentia, omnia quadrata N D, sunt ad omnia rectangula sub N D, & sub semicirculo, vna cum omnibus quadratis semicirculi, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, cum subsesquialtero quadrati R D. Ergo omnia quadrata N D, erunt etiam ad excessum omnium quadratorum semicycloidis supra omnia quadrata F A B D, in eadem ratione. Sed vt omnia quadrata rectanguli N D, ad excessum illorum quadratorum, sic omnes circuli rectanguli, ad excessum omnium circulorum semicycloidis reuolutis ambobus circa B D, supra omnes circulos ex quarta F A B D, reuoluta pariter circa B D: nempe ad omnes armillas circulares ex F A B M F, reuoluta circa B D: & vt omnes circuli ex rectangulo, ad omnes armillas ex F A B M F, sic cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex F A B M F, reuolutis ambobus circa B D. Ergo & cylindrus erit ad dictum solidum, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, cum subsesquialtero quadrati R D. Quod &c.

PROPOSITIO XLIX.

Si semicyclois cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa axim. Erit cylindrus ad solidum, vt quadratum basis semicycloidis, nempe circumferentia semicirculi, ad quadratum arcus quadrantis, vna cum duplo excessu quadrati

drati arcus quadrantis supra quadratum semidiametri, & cum subsesquialtero quadrati semidiametri: nempe ad subsesquitertium quadrati basis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

SEmicyclois FMBD, cum rectangulo ND, rotetur circa axim DB. Dico cylindrum esse ad solidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, vna cum duplo excessu quadrati QD, supra quadratum RD, & cum subsesquialtero quadrati RD: nempe ad subsesquitertium quadrati FD, minus sesquitertio quadrati RD. Nam ex proposit. antecedent. cylindrus ad solidum ex reuolutione FABMF, est vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum subsesquialtero quadrati RD. Ex proposit. 26. est idem cylindrus ad solidum ortum ex prima quarta FABD, circa ipsius basim DB, vt dimidium quadrati FD, ad excessum quadrati QD, supra quadratum RD: nempe, vt quadratum FD, ad duplum illius excessus. Ergo colligendo ambo consequentia; erit cylindrus ad totum solidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo excessu quadrati QD, supra quadratum RD, & cum subsesquialtero quadrati RD. Sed plana consequentis faciunt subsesquitertium quadrati FD, minus sesquitertio quadrati RD. Quare &c.

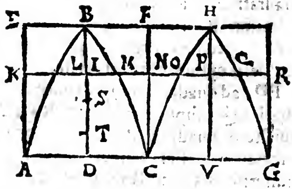
COR-

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad excessum supra solidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum sesquitertio quadrati RD. Nempe vt quadratum basis, seù arcus semicirculi, ad quadratum arcus quadrantis, vna cum sesquitertio quadrati semidiametri.

PROPOSITIO L.

Si semicyclois cum rectangulo rotetur circa latus axi parallelum. Erit cylindrus ad solidum, vt quadratum basis semicycloidis ad sui subsesquitertium, vna cum sesquitertio quadrati semidiametri.



PRæsens propositio potest variè demonstrari: nos sceligemus modum sequentem. Supponamus

DBC,

ABC, esse semicycloidem; DB, axim; DC, basim; & intelligamus ipsam cum rectangulo DF, rotari circa FC. Dico cylindrum DH, esse ad solidum DBCHV, vt quadratum DC, ad sui subsesquitertium, vnà cum sesquitertio quadrati semidiametri. Cyclois tota sit ABC, cum rectangulo AF, & hæc cum ipso rotetur circa FC. Ergo cylindrus CG, erit ad totum annulum ABCHG, vt 4. ad 3. ex coroll. 4. proposit. 11. lib. 2. nempe, vt quadratum DC, ad sui subsesquitertium: nempe, vt quadruplum quadratum DC, ad quadruplum sui subsesquitertij. Quare cylindrus DH, quarta pars cylindri EG, erit ad annulum ABCHG, vt quadratum DC, ad quadruplum sui subsesquitertij. Sed cum ex proposit. 30. miscell. hyperb: annulus ABCHG, sit æqualis quatuor solidis, nempe duobus ex reuolutione DBC, circa FC, & duobus ex eadem circa BD. Ergo cylindrus DH, erit ad vnum circa FC, & ad vnum circa BD, vt quadratum DC, ad duplum sui subsesquitertij. Sed ex proposit. anteced. est ad illud circa BD, vt quadratum DC, ad sui subsesquitertium, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Ergo cylindrus DH, erit ad solum solidum DBCHV, vt quadratum DC, ad sui subsesquitertium, vnà cum sesquitertio quadrati semidiametri. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad exceſſum ſupra ſolidum, vt quadratum baſis ad quadratum arcus quadrantis, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

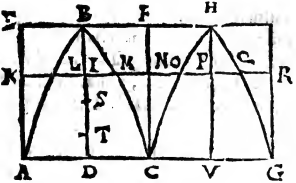
SCHOLIVM I.

Sed ex duabus propoſitionibus antecedentibus, & ex ſuis corollarijs varia poſſumus deducere, & nullo negotio comprehendere.

Primum eſt, quod ſi ſuper ſemicycloide ABD, & ſuper rectangulo ED, concipiamus cylindricos rectos ſectos diagonaliter plano tranſeunte per axim BD, & per latus oppoſitum ipſi EA. Truncorum cylindrici exiſtentis ſuper ſemicycloide habebimus cubationes.

Secundum eſt ratio ſolidi DBCHV, ad ſolidum ABC. Nempe ſic eſſe DBCHV, ad aliud, vt ſubſeſquitertium quadrati DC, vna cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſquitertium quadrati DC, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

Tertium eſt, quod ſi ſemicyclois DBC, intelligatur appenſa ſecundum baſim DC. Hæc taliter ſecabitur à centro æquilibrij ipſius, vt pars terminata ad C, ſit ad reliquam, vt ſubſeſquitertium quadrati DC, vna cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſ-



ſeſquitertium quadrati D C, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. D C, enim diuiditur à tali centro æquilibrij ex propoſit. 4. lib. 3. in ratione ſolidorum ex ſemicycloide circa F C, B D, reuoluta.

Quartum eſt, quod ſi cogitemus A B C, eſſe figuram conſtantem ex duabus ſemicycloidibus ſic diſpoſitis, vt baſes B D, ſimul aptentur, & A D, D C, ſint ipſorum axes, & A B C, figura rotetur circa F C, vt fiat annulus ſtrictus A B C H G. F C, ſic diuidetur à centro grauitatis annuli, vt pars terminata ad F, ſit ad reliquam, vt ſubſeſquitertium quadrati F C, cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad ſubſeſquitertium quadrati F C, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Nempe vt diuiditur B D, à centro grauitatis duplicatæ ſemicycloidis A B C. Res tota eſt corollarium propoſit. 29. miſcell. hyperb.

Quod ſi A B C, rotetur non circa F C, ſed circa aliam ipſi parallelam, putà H V, vt fiat annulus latus:

T 2 nihi-

nihilominus H V, eodem modo secabitur à centro grauitatis illius annuli.

Sed semicyclois D B C, cuius basis D B, axis D C, duplicetur alio modo, vt sit ipsa D B C H V: & hæc intelligatur rotari circa H V, vt fiat annulus strictus. In dicta ratione secabitur H V, à centro grauitatis dicti annuli.

Quod si rursum rotatio fiat circa aliam, putà E A. Non minus patebit eodem modo secari E A, à centro grauitatis annuli lati.

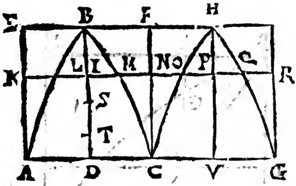
Quintum est, quod si super trilineo A E B, & super rectangulo E D, concipiamus cylindricos, sectos per B D, &c. Truncorum cylindrici super trilineo existentis habebimus cubationes.

Sextum est, quod solidum ex trilineo A E B, circa B D, erit ad solidum ex trilineo circa E A, vt quadratum arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

Septimum est, quod intellecto trilineo appenso secundum A D, vel E B; centrum æquilibrij ita diuidet E B, vt pars ad B, terminata, sit ad reliquam, vt quadratum arcus quadrantis cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

Licet hoc centrum æquilibrij posset etiam reperiri ex centro æquilibrij semicycloidis appensæ secundum basim.

Octauum est, quod si cogitemus trilineum A E B, du-



duplicari ad partes EB, & duplicatum trilineum rotari vel circa AD, vt fiat annulus strictus, vel circa aliam, vt fiat annulus latus. Axes annulorum secabuntur à centris grauitatis ipsorum in dicta ratione in numero 7.

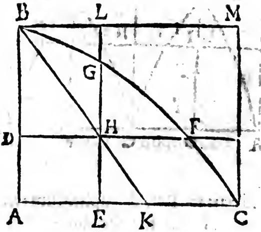
Quod si duplicetur ad partes AD, & rotationes fiant vel circa EB, vel circa illi parallelam, &c. Nihilominus eodem pacto secabuntur axes annulorum ab ipsorum centris grauitatis.

PROPOSITIO LI.

Semicycloidis centrum grauitatis assignare.

ESto semicyclois ABC, cuius basis AC, axis BA. Oportet semicycloidis ABC, inuenire centrum grauitatis. Diuidatur BA, in D, vt sit BD, ad DA, vt arcus quadrantis, cum semidiametro, &

cum



cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum, vnà cum dimidio arcus quadrantis, & cum dicto dimidio excessus. Ergo ex schol. 1. proposit. 44. erit D, centrum æquilibrij semicycloidis appensæ secundum axim. Si ergo ducatur DF, AC, parallela, in ipsa erit centrum grauitatis semicycloidis. Item diuidatur AC, in E, vt sit CE, ad EA, vt subsesquitertium quadrati CA, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad subsesquitertium quadrati CA, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Ergo ex schol. anteced. E, erit centrum æquilibrij semicycloidis appensæ secundum basim AC. Si ergo ducatur EL, parallela AB. In ipsa erit centrum gra-

grauitatis ſemicycloidis, & in puncto H, vbi ſecat DF. Inuentum eſt ergo &c.

SCHOLIVM.

Centrum vero grauitatis cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemicycloide, erit in medio puncto axis ipſius erecti à puncto H.

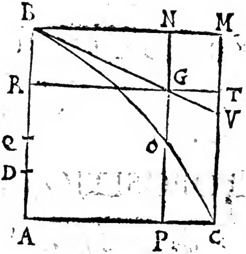
PROPOSITIO LII.

Trilinei, exceſſus rectanguli ſupra ſemicycloidem, centrum grauitatis aſſignare.

SIt hoc trilineum BMC, exceſſus rectanguli AM, ſupra ſemicycloidem ABC, eius axis BA, & oporteat eius centrum grauitatis aſſignare.

Hocce poteſt aſſignari ex centro grauitatis parallelogrammi AM: ex centro grauitatis ſemicycloidis ABC, reperto in propoſit. antecedent. & ex ratione ſemicycloidis ad trilineum. Sed aſſignabitur aliter ex ſupra dictis.

Diuidatur BM, in N, vt ſit BN, ad NM, vt quadratum arcus quadrantis, vnà cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus dicto ſeſquitertio quadrati ſemidiametri, vt ex ſchol. propoſit. 50. ſit N, centrum æquilibrij trilinei appenſi ſecundum BM: vt pariter ſit in NP, horizonti normali, centrum grauitatis trilinei. Item diui-



diuidatur MC, in T, vt sit CT, ad TM, vt dimidium arcus quadrantis, cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus supra sæpius explicati, ad dictam differentiam inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dicto dimidio excessus, vt ex schol. 1. proposit. 44. sit T, centrum æquilibrij trilinei appensi secundum MC. Si ergo rursum ducatur TR, normalis horizonti secans priorem in G. Erit inuentum G, centrum grauitatis trilinei. Quod &c.

PROPOSITIO LIII.

Si rectangulum circumscriptum excessui semicycloidis supra pri-

primam quartam Lilij vngularis rotetur circa latus parallelum axi cycloidis. Erit cylindrus ad solidum, vt quadratum basis, seu arcus semicirculi, ad quadratum arcus quadrantis, minus subsesquialtero quadrati semidiametri.

Rectangulum ND, cum FABMF, rotetur circa NF, & sit RD, semidiameter. Dico esse cylindrum ad solidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, minus subsesquialtero quadrati RD. Est enim ex proposit. 50. cylindrus ad solidum ex semicycloide circa NF, vt quadratum FD, ad sui subsesquitertium, vnà cum sesquitertio quadrati RD. Et idem cylindrus est ad solidum ex prima quarta FABD, circa NF, ex coroll. & schol. 1. proposit. 26. vt dimidium quadrati FD, ad quadrata DQ, DR: nempe, vt quadratum FD, ad duo quadrata QD, cum duobus quadratis DR. Ergo erit idem cylindrus ad solidum genitum ex excessu dicto FABMF, vt quadratum FD, ad quadratum QD, minus subsesquialtero quadrati RD. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Etiam ergo nunc varia possumus colligere. Nam cum in proposit. 48. assignata sit ratio cylindri ad solidum ex dicto excessu reuoluto circa axim BD: intellectis super excessu, & rectangulo cylindricis rectis sectis per BD, & per latus oppositum ipsi NF.

V Pri-

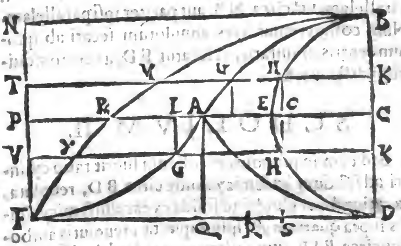
Primo, truncorum cylindrici super dicto excessu existentis possumus habere cubationes.

Licet cubationes horum truncorum possimus etiam aliter habere, ex subtractione cubationum truncorum existentium super quarta FABD, assignatarum in schol. 3. proposit. 26. à cubationibus truncorum cylindrici existentis super semicycloide assignatis in numero 1. schol. 1. proposit. 50.

Secundo colligemus solidum ex excessu circa BD, esse ad solidum ex eodem circa NF, vt quadratum QD, cum subsesquialtero quadrati RD, ad quadratũ QD, minus subsesquialtero quadrati RD. Est enim ex proposit. 48. conuertendo, solidum ex excessu circa BD, ad cylindrum, vt quadratum QD, cum subsesquialtero quadrati RD, ad quadratum FD. Cylindrus ad solidum ex excessu circa NF, est vt quadratum FD, ex proposit. præsenti, ad quadratum QD, minus subsesquialtero quadrati DR. Quare ex æquali, patet propositum.

Tertio colligemus centrum æquilibrij excessus prædicti appenti secundum FD, sic ipsam secare, vt pars terminata ad D, sit ad reliquam, vt quadratum arcus quadrantis DQ, vna cum subsesquialtero quadrati semidiametri DR, ad quadratum arcus quadrantis, minus subsesquialtero quadrati semidiametri.

Quod tamen centrum æquilibrij potuisset etiam reperiri & ex centris æquilibrij semicycloidis, & quartæ, & ex ratione quartæ ad dictum excessum, pro-



proprijs in locis assignatis: & ex centris æquilibrij quartæ FABN, & trilinei FMBN; & ex æqualitate trilinei FNBM, & excessus FABMF.

Sicuti pariter centrum grauitatis dicti excessus, posset assignari ex centris grauitatis dictarum figurarum. Quod tamen facile etiam aliter assignabitur. Nam, cum ex schol. proposit. 40. sit C, medium punctum DB, centrum æquilibrij excessus appensi secundum BD; vndè in CP, sit centrum grauitatis excessus: si etiam FD, sic secetur, vt inueniatur centrum æquilibrij excessus appensi secundum FD. In sectione ductæ per repertum punctum parallelæ DB, cum CP, erit centrum quæsitum.

Quarto colligemus centra grauitatis annulorum, tam strictorum, quam latorum, ortorum ex reuolutio-

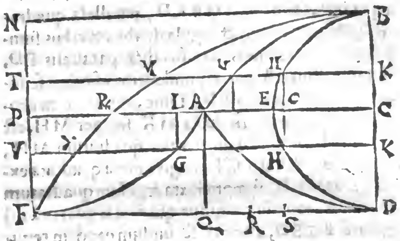
ne excessus duplicati vel ad partes F D, vel ad partes N B, & reuoluti congruenter vel circa F D, aut illi parallelam, vel circa N B, aut pariter ipsi parallelam. Nam colligeremus axes annulorum secari ab ipsorum centris grauitatis, vt secatur F D, à centro æquilibrij dicti excessus.

SCHOLIVM II.

Sed cum in proposit. 49. ostensa fuerit ratio cylindri ad solidum ex semicycloide circa B D, reuoluta, ex rationibus cylindri ad solida ex excessu semicycloidis supra quartam, & ipsius quartæ, reuolutis ambobus circa B D: cum eadem ratio cylindri ad solidum possit etiam assignari ex ratione ipsius ad sphæram ex semicirculo genitore, & ad solidum ex excessu semicycloidis supra semicirculum reuoluto circa B D: ideo antequam vlterius progrediamur, hanc explicabimus.

PROPOSITIO LIV.

Si excessus semicycloidis supra semicirculum genitorem, cum recto angulo sibi circumscripto rotetur circa axim: Erit cylindrus ad solidum, vt quadratum basis semicycloidis, ad quadratum arcus quadrantis, vnà cum duplo excessu quadrati arcus quadrantis supra quadratum semidiametri.



FMBED, excessus semicycloidis supra semicirculum DEB, rotetur circa BD, cum rectangulo ND, sibi circumscripto. Dico esse cylindrum ad solidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo excessu quadrati QD, supra quadratum RD. Accipiantur arbitrariè duo puncta k, æque remota à puncto C, & sint ductæ duæ parallelæ FD, secantes curuas cycloidis, & quartæ Lilij, vt in schemat. & vt dictum est in proposit. 48. Circulus v.g. radij TK, erit ad armillam circularem, cuius latitudo MH, ortam ex reuolutione MH, circa BD, vt quadratum TK, ad quadratum MH, & ad duplum rectangulum MHK. Ergo expertus in methodo indiuisibilium agnoscet, rationem cylindri ex ND, ad solidum ex dicto excessu semicycloidis supra semicir-

cu-

culum, esse eandem cum ratione, quam habent omnia quadrata rectanguli ND, parallela FD, ad omnia quadrata excessus FMBED, parallela quadrato FD, & ad omnia rectangula duabus vicibus sumpta, sub omnibus lineis excessus dicti parallelis FD, & sub omnibus, & correspondentibus sinibus semicirculi item parallelis FD. Tunc, quoniam ex proposit. , vbicunque sit ducta MK, semper MH, est æqualis Gk: ergo etiam semper quadratum MH, erit æquale quadrato Gk. Ergo omnia quadrata excessus FMBED, sumpta iuxta regulam quadratum FD, erunt æqualia omnibus quadratis quartæ Lilij vngularis FABD, sumptis secundum eandem regulam. Quare omnia quadrata rectanguli ND, sumpta secundum eandem regulam, habebunt tam ad omnia quadrata illius excessus, quam ad omnia quadrata quartæ Lilij eandem rationem. Sed omnia quadrata rectanguli sunt ad omnia quadrata quartæ, vt dimidium quadrati FD, ad excessum quadrati QD, supra quadratum RD: nempe vt quadratum FD, ad duplum dictum excessum (omnia enim quadrata rectanguli ad omnia quadrata quartæ Lilij, sunt vt cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex quarta, reuolutis ambobus circa BD.) Ergo etiam omnia quadrata rectanguli, ad omnia quadrata excessus FMBED, erunt in dicta ratione. Item quoniam ex proposit. 38. MH, est æqualis circumferentiæ HB; & XH, circumferentiæ HEB, seu HED; vndè duæ MH, XH, simul, æquales sunt ipsi FD; & pariter

ipse

ipſe H k, ſunt æquales ex conſtructione. Ergo rectangula M H k; X H K, erunt æqualia rectangulo T k H: & duo rectangula M H k, cum duobus X H k, erunt æqualia rectangulis T k H, V K H. Cum verò puncta k, accepta fuerint arbitrariè: ergo omnia rectangula ſub omnibus lineis rectanguli N D, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, acceptis iuxta regulam F D, erunt æqualia omnibus rectangulis ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus lineis ſemicirculi duabus vicibus ſumptis. Ergo rurſum, omnia quadrata N D, ad hæc habebunt eandem rationem. Sed omnia quadrata rectanguli, ad omnia rectangula ſub omnibus lineis rectanguli, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, ſunt vt rectangulum ad ſemicirculum: nempe quadrupla, ex propoſit. 41. nempe, vt quadratum F D, ad quadratum Q D. Ergo & ad omnia dupla rectangula ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus ſinibus ſemicirculi, erunt in eadem ratione. Quare colligendo, erunt omnia quadrata N D, ad omnia quadrata exceſſus, cum illis duplis omnibus rectangulis ſub omnibus lineis exceſſus, & ſub omnibus ſinibus: nempe omnes circuli N D, ad omnes armillas ex omnibus lineis exceſſus reuolutis circa B D: nempe cylindrus ex N D, circa B D, ad ſolidum ex exceſſu F M B E D, circa B D, vt quadratum F D, ad quadratum Q D, vnà cum duplo exceſſu quadrati Q D, ſupra quadratum R D. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Facilè ergo deducetur, esse cylindrum ad totum solidum ex semicycloide vt quadratum FD, ad dicta plana; vnà cum subsesquialtero quadrati RD. Nam cylindrus ex ND, est ad sphæram ex semicirculo, vt quadratum FD, ad subsesquialterum quadrati semidiametri; nempe RD.

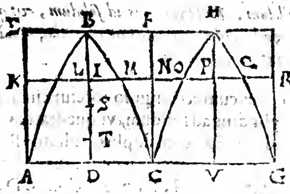
SCHOLIVM II.

Intelligimus assignare etiam rationem, quam habet cylindrus ex ND, ad solidum ex excessu FMBED, reuoluto circa NF. Similes rationes cylindrorum ad solida sæpe sæpius deducta fuerunt in nostris operibus ex proposit. 29. & 30. miscell. hyperb. Hæc doctrina ad facilius commodum est reducenda, vt ipsa, quando opus fuerit, aptius in posterum vti possimus.

PROPOSITIO LV.

Si cuilibet semifiguræ circa axim, sit circumscriptum rectangulum, quod cum ipsa rotetur circa duo latera opposita; Erit cylindrus ad ambo solida simul, vt dimidium rectanguli, ad ipsam semifiguram.

SE-



SEmifigura DBC, circa axim BD, cum DF, rectangulo sibi circumscripto rotetur circa FC, & BC, latera opposita rectanguli. Dico vnicum cylindrum DH, esse ad ambo solida ABC, DBCHV, vt dimidium DF, ad ipsam DBC, semifiguram. Nam si figura sit integra ABC, & rotatio fiat circa FC: cylindrus EG, erit ad solidum ABCHG; nempe ad duo solida ABC, & ad duo DBCHV, ex proposit. 30. citat. miscell. vt rectangulum EC, ad figuram ABC, ex proposit. 29. dicti miscell. Ergo cylindrus DH, quarta pars cylindri EG, erit ad vnicum solidum ABC, cum vnico DBCHV, vt dimidium rectanguli DF, ad semifiguram DBC. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO LVI.

Si excessus semicycloidis supra semicirculum genitorem, cum

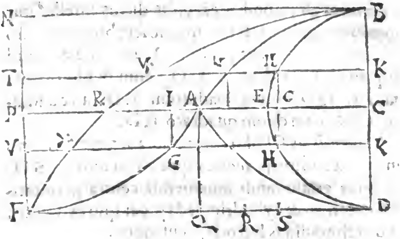
rectangulo sibi circumscripto, rotetur circa latus ipsius axi parallelum. Erit cylindrus ad solidum, vt quadratum basis, ad quadratum arcus quadrantis; vnà cum duplo quadrato semidiametri.

EXcessus cum rectangulo rotetur circa NF. Erit cylindrus ad solidum, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo quadrato RD. Nam ex proposit. antecedent. est cylindrus ad ambo solida ex excessu tam circa NF, quam circa BD, vt dimidium rectanguli ND, ad excessum: nempe, vt æquale, ad æquale, vt facillimè potest deduci ex proposit.41. Cum verò ex proposit. 54. sit cylindrus ad solidum ex excessu circa BD, reuoluto, vt quadratum FD, ad quadratum QD, cum duplo excessu quadrati QD, supra quadratum RD. Erit cylindrus ad solidum ex excessu circa NF, vt quadratum FD, ad sui reliquum: nempe ad quadratum QD, cum duplo quadrato RD. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex progressu demonstrationis patuit, cylindrum ex ND, siue circa BD, siue circa NF, reuoluto, æqualem esse ambobus solidis simul ex excessu FMBED, reuoluto tam circa BD, quam circa NF. Cum verò idem cylindrus ex ND, sit etiam æqualis ambobus solidis ex quarta FABD, reuoluta eodem modo, vt patuit in proposit.26. & in scholijs eiusdem.

Ergo



Ergo duo solida ex excessu semicycloidis, erunt æqualia duobus solidis ex quarta. Quare non modò excessus æquatur quartæ, sed etiam solida ambo sunt æqualia ambobus.

SCHOLIVM II.

Sed ex proposit. præsenti, & ex proposit. 54. possumus nonnulla deducere. Primum est, cubationes truncorum cylindrici existentis super dicto excessu, resecti plano transeunte per D B, & per latus oppositum ipsi N F.

Secundum est, quod solidum ex dicto excessu circa B D, erit ad solidum ex eodem circa N F, vt quadratum Q D, cum duplo excessu quadrati Q D, supra

quadratum RD, ad quadratum QD, cum duplo quadrato RD.

Tertium est, quod si excessus dictus intelligatur appensus secundum FD; ipsa sic secabitur à centro æquilib[illegible] excessus, vt pars ad D, terminata, sit ad reliq[illegible]am, vt quadratum DQ, cum duplo excessu quadrati QD, supra quadratum RD, ad quadratum QD, cum duplo quadrato RD.

Cum verò ex schol. 1. proposit. 39. pateat etiam centrum æquilibrij excessus appensi secundum BD: patebunt etiam modi inueniendi centra grauitatis dicti excessus, & cylindrici recti super ipso existentis. Quos relinquimus lectori speculandos.

Quartum est, quod si excessus intelligatur duplicatus vel ad partes FD, vel ad partes NB, & rotationes fieri, secundum modum pluribus vicibus explicatum, ad generandos annulos strictos, & latos. Omnium annulorum sic genitorum, in axibus eorum centra grauitatis nota erunt.

DE

DE SVPERFICIE VNGVLÆ.

SECTIO QVARTA.

IN prima parte Miscell. nostri Geometr. explicauimus doctrinam quandam, ex qua deduximus mensuram, & centra grauitatis quamplurium solidorum à Geometria, ad nostra tempora vsque, nondùm consideratorum. Hæc verò solida ortum duxerunt ex reuolutione quarundam dimidiarum figurarum circa axim,& circa ipsum reuolutarum;quarum, vt plurimum, & naturam, & quadraturam, & tunc temporis, & nunc ignoramus. Porrò quænam sint huiuscemodi figuræ, compillauimus in schol. proposit. 25. In præsenti sectione intelligimus nouas similes figuras explicare, & eas, iam explicatis, addere. Sed quoniam doctrina illa ortum duxit à lemmate 1. desumpto ex Torricellio in appendice de di-

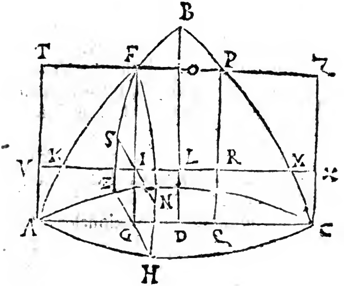
men:

men: Cochleæ, quod tamen lemma illo tempore haud traditum fuit secundum totam suam amplitudinem, sicut nec in tota amplitudine eum Torricellius considerauit: ideò lemma hoc, seu nostra proposit. 1. citat. partis miscell. iterum pertractabitur quoad illam partem, quæ ad nostrum videtur negotium facessere.

PROPOSITIO LVII.

Si quodlibet solidum rotundum circa axim secetur plano æquidistanter axi, erecto figuræ genitrici solidi. Annulus latus ex reuolutione partis figuræ genitricis, abscissæ à plano secante, nec terminata ad axim, circa axim, erit æqualis solido rotundo orto ex dimidia figura, genita à plano secante, reuoluta circa communem sectionem plani secantis, & figuræ genitricis solidi: & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SOlidum rotundum ABC, sectum sit plano GFH, æquidistanter axi BD, & erecto ad figuram genitricem ABD: & semifigura GFH, rotetur circa FG, & generetur solidum EFH. Dicimus, hoc æquale fore tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, annulo lato orto ex reuolutione AFG, circa BD. Hæc omnia fusè explicata fuerunt in citat. proposit. 1. Sed solida rotunda secanda possunt esse diuersæ naturæ. Quorum aliqua considerata fuerunt alibi à nobis. In præsenti al ud



ti aliud eſt explicandum, vt vniuerſaliorem cognitionem teneamus.

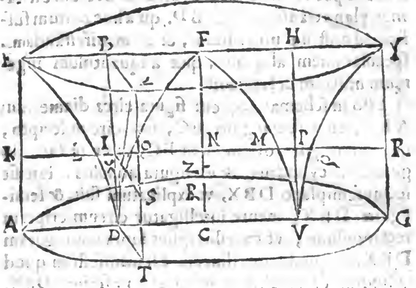
Eſto quælibet ſemifigura A E D, circa axim E A, cum rectangulo ſibi circumſcripto E D, quæ intelligatur duplicata in A E D F C, vt in ſchem: & hæc rotetur circa F C, ad generandum ſolidum A E D F V Y G: hoc cum cylindro ſibi circumſcripto, ſit ſectum ſemifigura D 2 T, & rectangulo B T, tranſeuntibus per B D, erectis plano A E D, & æquidiſtanter axi F C; & ex reuolutione D 2 T, circa B D, genitum ſit ſolidum. Dico hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales æquale fore

annulo

annulo lato orto ex reuolutione ipsius AED, circa FC. Intelligatur etiam ex reuolutione rectanguli BT, circa DB, genitum esse cylindrum. Ex citat. proposit. 1. & ex schol. eiusdem patet, tam cylindrum ex D2, circa DB, æqualem fore annulo ex rectangulo ED, reuoluto circa FC, quam solidum ex trilineo DB2, reuoluto circa DB, æquale fore annulo ex DEB, reuoluto circa FC. Quare reliquum solidum ex D2T, reuoluta circa DB, erit æquale reliquo annulo ex AED, circa FC. Hæc quidem secundum totum.

Sed secundum partes proportionales. Sumatur arbitrariè punctum N, & per hoc ducatur kR, parallela AG, secans omnia, vt in schemate, & BD, in I; perque I, ducatur IXS, parallela DT. Iam ex citat. proposit. patet, rectangulum kIR, æquale fore quadrato IS: & etiam rectangulum LIQ, æquale fore quadrato IX. Quare reliquum rectangulum kLR (quod infra ostendetur relinqui detracto rectangulo LIQ, ex rectangulo kIR,) erit æquale excessui quadrati IS, supra quadratum IX. Quare & armilla circularis orta ex reuolutione kL, circa FC, erit æqualis armillæ circulari ex reuolutione XS, circa BD. Cum verò punctum N, sumptum fuerit arbitrariè: patet omnes armillas ex AED, circa FC, æquales fore omnibus armillis ex D2T, circa BD. Et consequenter annulum latum ex AED, circa CF, æqualem fore solido ex D2T, circa DB. Quod &c.

Quod



Quod verò assumptum fuit, nempe rectangulum KIR, æquale fore rectangulis KLR, LIQ, est manifestum. Nam rectangulum kIR, diuiditur in rectangula kL, IR; & LIR. Pariter rectangulum LIR, diuiditur in rectangula LIQ; & LI, QR. Quia verò QR, æquatur kL, rectangulum LI, QR, est æquale rectangulo kLI. Si ergo simul coniungaremus rectangula kL, IR; & KLI: habebimus rectangulum kLR.

SCHOLIVM I.

Licet solidum AEDFVYG, diuisum sit plano

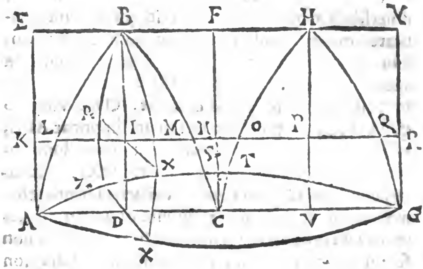
Y tran-

transseunte per BD; nihilominus vbicunque secaretur, semper verum esset propositum. Sectum est tamen plano transseunte per BD, quia hoc tantum sufficit ad nostrum propositum, & ad manifestandam speculationem aliquam, quæ aliquantulum ingenium nostrum defatigauit.

Esto in schemat. sequen: figura circa diametrum ABC, cum rectangulo EC, sibi circumscripto, quod cum figura rotetur circa FC, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex figura annulus. Hic sit sectus semiplano DBX, vt explicatum fuit, & semifiguræ DBX, mente intelligatur circumscriptum rectangulum, vt excessus ipsius supra semifiguram DBX, sit quoddam trilineum. Est manifestum, quod cylindrus ex parallelogrammo circumscripto DBX, reuoluto circa DB, est æqualis tubo cylindrico ex ED, circa FC. Sicuti solidum ex DBX, circa DB, est æquale annulo lato ex ABD, circa FC. Pariter solidum, quod oriretur ex trilineo, excessu rectanguli circumscripti DBX, supra ipsam circa DB, est æquale annulo ex trilineo AEB, circa FC.

Nunc cogitemus figuram ABC, variare situm, vt in antecedenti schemate, vt AED, sit ABD; DFC, ipsa DBC: trilineum EDB, ipsum AEB: & trilineum DBF, ipsum BCF: rectangulum EC, esse idem: & fieri rotationem circa FC, vt generentur cylindrus EG, & solidum AEDFVYG, quod cum cylindro sit sectum plano faciente in cylindro rectangulum BT; in solido ex AEDFC, semipla-

num



num D 2 T: & in solido ex E D F, semiplanum D B 2. Cum B T, sit æquale rectangulo, quod esset circumscriptum ipsi D B X, & figuræ reuolutæ sint eędem, suboriebatur hęsitatio, an D 2 T, esset idem ac D B X: & trilineum D B 2, idem ac trilineum, excessus rectanguli circumscripti D B X, supra ipsam. Hæc speculatio nos per aliquod torsit tempus. Nam si verificatum fuisset figuras esse easdem, sed inuersè positas; habebamus modum quadrandi quamplures illarum figurarum, quas in schol. proposit. 25. cit. 1. part. miscell. geom: proposuimus geometris speculandas; & omnes in præsenti sectione proponendas: assignandi multa circa illarum centra grauitatis; &

verbo, infinita pulcherrima patefaciendi. Sed ignorabamus modum ostendendi tam esse easdem, quam diuersas. Sed pro diuersitate stetit, quod posita identitate earundem, aderat modus quadrandi hyperbolam. Quod arcanum cum forsitan ignorandum sit in æternum, & vltra à viatoribus; ideò firmiter credidimus esse figuras toto cælo diuersas. Quod vtique quilibet agnoscet, si in secun. schem. supponat ABC, esse triangulum. Nam si modicè erit in Apollonij conicis exercitatus, faciliter percipiet, DBX, esse semihyperbolam. Cogitet figuram variari, vt in pri. schemat. adhuc EDF, erit triangulum: ac perinde sectio DB 2, erit pariter semihyperbola, & D 2 T, non semihyperbola DBX, sed trilineum. Quare non sunt eædem sectiones inuersè positæ.

Hæc quidem manifestanda nobis visa sunt antequam vlterius procedamus, & geometris speculandas proponamus alias nouas figuras geometricas, de quibus infra: præsertim, quia in sequenti digressione debemus speculari circa solidum AEDFVYG.

DIGRESSIO.

Circa quoddam Galilei Paradoxum, in quo paradoxicè probat, circuli circumferentiam æqualem fore puncto.

GAlileus in postremis Dialogis, dialogo 1. pag. apud nos, 28. adducit paradoxum quoddam, in quo paradoxicè probat, circuli circumferentiam æqua-

æqualem fore puncto. Vt hoc ostendat vtitur scaphio cylindrico, & cono: & ostendit circumferentiam, quæ est vltimus scaphij terminus, æqualem fore vertici coni. De hoc paradoxo scripsimus & nos, varijs in locis librorum, quos aliquando mundo communicauimus. Paradoxum hoc non modicè deturbauit P. Marium Bettinum: vndè pro summa, qua erga geometricos Tyrones ardebat charitate, ad euitandos scopulos illos, qui illis possent naufragium parere, admonet eis cautè procedendum fore. Sed antequam monitum illius consideremus, nequimus facere quin ingenuè non manifestemus admirationem illam, quam in nobis peperit §. 3 ad defin. 1. lib. 1. Elem. quod ponitur in tom. 1. Ærarij philosoph. Mathem. pag. 30. Galileus in loco citat. pag. 30. loqui volens de celeberrimo geometra Luca Valerio, adducit verba sequentia. *Quanto poi all' altra parte lasceremo per hora la demostratione, si perche volendola noi vedere la troueremo nella duodecima Propositione del Libro secondo* de Centro Grauitatis Solidorum *posta dal S. Luca Valerio nouo Archimede dell' età nostra*, &c. Hæc laus qua, nec sufficienter eximiæ virtuti, Galileus decorauit immensa merita erga Geometriam Lucæ Valerij, nares offendit Bettini. Vnde in loco citat. ait. *Lucas Valerius acutissimus nostri æui Geometra (non autem Archimedes, vt aliqui scripsere hallucinati) & nullo antiquorum inferior*, &c. Ast pace tua Bettine, hæc nobis videntur minus rectè dicta. Quid ni? Cogitas forsitan Galileum, & alios hallucinatos fuisse, existimantes Archi-

chimedem illum Syracuſanum adeò Romanis infenſum, & ab impijs Appij, & Marci Marcelli militibus necatum, denuò reuixiſſe, & inimicis Romanis matheſim expoſuiſſe? Sed ſicuti haud nobis ſuademus, te adeò hallucinatum fuiſſe, vt credas alios ſic hallucinatos eſſe: ſic tuis verbis intentum minimè es aſſecutus. Nam ſi tua verba maturius penſitemus, videbimus, tè vel coactè excellentioribus laudibus Lucam Valerium extulliſſe. Siquidem, ſi eſt *nullo antiquorum inferior*, ergo vel antiquos ſuperat, vel ſaltem eis ſimilis extat. Sufficiebat autem Galileo ipſum parem facere Archimedi (& hoc ſufficiebat Lucæ Valerio ipſimet) non autem alijs; & quidem rationabilius, quam tu facis. Namque, quomodo Lucam Valerium comparabimus cum Apollonio Pergeo, ſi ipſe de ſectionibus conicis nunquam ſcripſit? Potius cum Apollonio conferremus Claudium Mydorgium. At Lucam Valerium cum Archimede. Sicuti namque Archimedes fuit inſigniſſimus Steriometra: doctrinam de centro grauitatis fundauit: Parabolam quadrauit: &c. Sic Lucas Valerius miriſſimè ſteriometriam proſecutus eſt: innumera ſuperaddidit doctrinæ Archimedis de centro grauitatis: Parabolam quadrauit: &c. Sed omiſſis his, ad paradoxum reddeamus.

Quia hoc deturbauit Bettinum, admonet Tyronibus cautè procedendum eſſe, tam in loco citat. & infra, quam in tom. 3. pareg. geom. ſchol. 1. vt ibidem licet intueri. Dicit ergo, paradoxum intelligendum

eſſe

esse physicè, non geometricè: ita vt circumferentia possit æquari puncto physicè, non geometricè. Quod si paradoxum geometricè intelligatur procedere, est falsissimum; namque est contra 3. Def. lib. 5. Elem. & contra scholia, quibus Bettinus eam cumulauit. Sed hæc Bettini responsio nobis videtur nulla. Siquidem hoc est illud, quod paradoxum destruere intelligit; paradoxicè asserendo, circumferentiam æqualem fore puncto. Nimirum, nec omnem proportionem esse duarum magnitudinum eiusdem generis quatenus ad quantitatem pertinet, mutuam quandam habitudinem: sed proportionem posse etiam reperiri inter magnitudinem, & punctum, quod est initium magnitudinis: nec dumtaxat proportionem habere magnitudines, quæ multiplicatæ se inuicem superare possunt: sed proportionem reperiri etiam inter ea, quæ multiplicata sè inuicem superare non possunt. Siquidem quomodocunque multiplicatis punctis, non superatur linea; & attamen inter lineam, & punctum intercedit proportio æqualitatis. Cum ergo paradoxum contra duas definitiones Euclidis procedat, & ad eas destruendas; respondere argumentis, quibus hoc Galileus paradoxice probat, ipsa esse falsa, aliud non videtur quam respondendo sic principium peti, & nihil ad propositum adduci, Sicuti nec ad propositum faciunt, quæ nos contra paradoxum Galilei adduximus in schol. 2. proposit. 30. miscell. hyperb. probantes, quod methodo Galilei procedendo, probetur, circumferentiam æqualem

lem fore duabus circumferentijs, quarum etiam vnaquæque esset ipsi æqualis, & insuper duobus punctis. Ad hæc & ad illa Bettini forsitan responderet Galileus: inconueniens adducere, non esse inconueniens soluere: & hoc illud esse, quod intelligit probare.

Sed etiam alia de causa, videntur responsiones, & Bettini, & nostræ nihil concludere. Tunc enim illa Bettini videretur fortassis aliquid ad negotium facessere, quando arguendo illa methodo, probaretur semper circumferentiam æqualem fore puncto. Pariter nostra forsitan aliquid valeret, quando semper concluderetur, circumferentiam æqualem fore duabus circumferentijs, quarum vnaquæque singillatim esset ipsi æqualis, &c. At si vna, & eadem methodo arguendi, nunc ostenditur circumferentia æqualis puncto: nunc æqualis duabus circumferentijs sibi æqualibus seorsim sumptis, ac proinde simul sumptis, ipsa maioribus: nunc æqualis circumferentiæ minori: quid ad negotium facient. Defin. 4. & 5. lib. 5. Elem? Vnus, & idem effectus, ab vna causa debet procedere, Vndè cum semper illo modo arguendi concludatur, quod videtur absurdum; causa falsitatis peti debet ex modo procedendi; & non ex peculiari absurdo, quod videtur concludi.

Sed quoniam supra diximus, arguendo eodem modo, probari posse circumferentiam circuli modò æqualem puncto; modò circumferentijs maioribus: modò

modò circumferentiæ minori; hoc nunc explicabitur. Sit ergo.

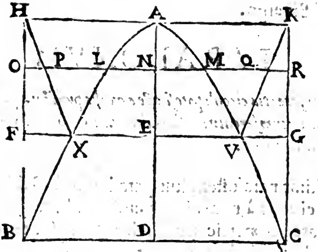
PARADOXVM.

Circumferentia circuli potest esse æqualis puncto: æqualis duabus circumferentijs ipsa maioribus: & æqualis circumferentiæ minori.

PRima pars ostenditur paradoxicè à Galileo loco citato: à nobis in appendice ad sexaginta problemata geometrica: in schol. 3. proposit. 10. miscel. hyperb. in schol. 3. proposit. 18. eiusdem miscell. & in schol. 1. proposit. 1. miscell. geometrici. Hanc nunc ostendemus illo, eodemue modo, quo ipsa ostensa fuit in append: ad sexag: probl. geom: Sed vicè conoidis parabolici quadratici, & excessus cylindri ipsi circumscripti; subrogando solidum ortum ex superficie vngulæ rotata circa axim, & excessum cylindri ipsi circumscripti, supra ipsum.

Supponamus ergo BAD, esse superficiem Vngulæ cuius axis AD; & hanc cum rectangulo HD, sibi circumscripto rotari circa AD. Secetur AD, bifariam in E, & per E, agatur planum seù circulus cuius diameter FG, parallelus BDC: mente concipiamus cylindrum FC, cum frusto BXVC, locari, vt basis BDC, sit supra HAk; punctum D, sit in A, & linea DE, sit super EA, & sumatur in AE, quodlibet punctum N, per quod agatur

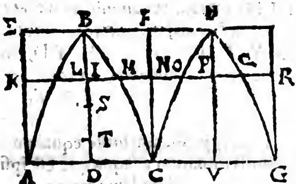
Z cir-

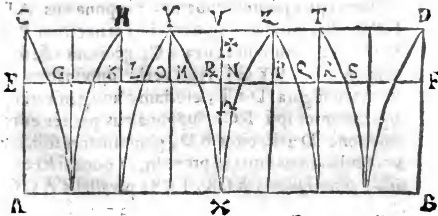


circulus diametri OR, parallelus FEG, secans truncum HXVk, & XAV, vt in schemate. Quoniam punctum N, æque remote distat tam ab A, vertice solidi XAV, quam ab A, vt est centrum basis HAK, trunci HXVk; ergo ex proposit. 7. quadrata PN, LN, erunt æqualia quadrato ON. Quare communi ablato quadrato PN, rectangulum OPR, erit æquale quadrato LN. Quare etiam armilla circularis orta ex reuolutione OP, circa AE, erit æqualis circulo radij LN. Et cum hoc semper verum sit vbicunque sumatur punctum N: sequitur, quod cum magis, magisque appropinquando puncto A, deueniatur ad circumferentiam descriptam à puncto H, reuoluto circa AE, & ad ipsum punctum A; ipsam circumferentiam æqualem fore puncto A.

Secun-

Secunda pars probatur in ſchol. 2. propoſit. 30. miſcell. hyperb. Nam ibi ſupponimus ABC, eſſe quamlibet figuram circa diametrum BD, & ipſam rotari circa FC, ad generandum annulum ABCHG; quem probauimus æqualem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales quatuor ſolidis diſpoſitis, vt in ſecundo ſchemate, ſic, vt duo ſint, quæ oriantur ex ſemifigura ABD, circa BD,



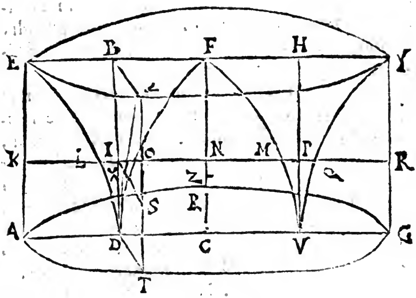


Z 2 alia

alia duo circa E A. Et probauimus sic esse eis æquale, vt si sumantur F N, V N, æquales, & traiciantur plana K R, E F, parallela circulis A C G, A X B: armillam circularem L M Q, æqualem fore duabus armillis circularibus, & duobus circulis in quatuor solidis: nimirum armillæ E G k; circulis L O M, N P Q; & armillæ R S F. Cumque hoc semper verum sit; & magis appropinquando ipsis F, V, deueniatur ad F, & V. Ergo etiam extrema horum solidorum erunt æqualia. Quare circumferentia diametri B H, extremitas annuli A B C H G, erit æqualis circumferentijs diametrorum C H, T D, & punctis Y, Z. Cum verò C H, T D, sint æquales ipsi B H, & consequenter tam circumferentia diametri C H, quam diametri T D, sit æqualis circumferentiæ diametri B H. Patet circumferentiam diametri B H, probatam fuisse æqualem duabus circumferentijs, quarum vnaquæque est ipsi æqualis. Ac proinde, vtraque simul ipsa maior.

Tertia pars pariter probatur. Supponamus A E D F C, esse quamlibet figuram circa diametrum B D, & ex reuolutione ipsius circa F C, genitum esse solidum A E D F V Y G. Hoc verò supponamus sectum semifigura D 2 T, erectam plano genitori, & æquidistanter ipsi F C. Supponamus pariter ex reuolutione D 2 T, circa B D, genitum fore solidum &c. Probauimus supra in proposit. 57. quod si hæc solida secentur planis k L R, I X S, parallelis A C G, D, armillam circularem k L R, æqualem esse armillæ

ex



ex XS, circa BD. Cum ergo hoc ſemper verum ſit: etiam extremitates horum ſolidorum erunt æquales: nempe circumferentia deſcripta à puncto E, circa FC, erit æqualis circumferentiæ deſcriptæ à puncto 2, circa BD. Sed enm B2, ſit media proportionalis inter EB, & eius triplam BY; erit minor eius dupla EF. Cum ergo ſit circumferentia ſemidiametri EF, ad circumferentiam ſemidiametri B2, vt EF, ad B2: ſequitur circumferentiam puncti E, maiorem eſſe circumferentia puncti 2. cui etiam probata fuit æqualis.

En ergo qualiter illa, eademque methodo Galilei, non ſolum probata fuerit circumferentia puncto æ-

qua-

qualis; sed æqualis duabus circumferentijs ipsa simul maioribus; & æqualis circumferentiæ etiam ipsa minori. En ergo causam falsitatis in modo arguendi, ab alio principio deducendam fore, quam à definitionibns Euclidis, vt Bettinus ipsam deduxit.

Sed rogabis; A quo procedit hoc? Deus auertat nos aliquid circa hoc pronunciare. Summopere namque terret nos illud, quod circa hanc speculationem, & circa hoc paradoxum ait Illustrissimus Interlocutor Sigredò conciuis noster: ità quippe in loco Galilei citato pagina 30. circa paradoxum illud statuit. *La speculatione mi par tanto gentile, è peregrina, che io quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe vn mezo sacrilegio lacerar si bella Struttura calpestandola con qualche pedentesco affronto.* Nos cum Sagredo nollumus vllum habere iurgium. Præcipuè, quia illius nobilissimam familiam maximopere veneramur. Ac præsertim Illustrissimo, & Eccellentissimo Nicolao Sagredo Diui Marci Procuratori eius Nepoti, ingenuè fatemur, nos plurimum debere; vel hoc vno solum, quia ipse est inter paucissimos vnus, qui Mathesim quamplurimum facit. Nec elucubrationes geometricas cachinnis, & sibilis recipit, vt plerique faciunt. Geometriam existimat in quocunque sit: nec ipsi eam graueolentem reddit indumentum quodcunque. Sed ordinem propositionum sequamur.

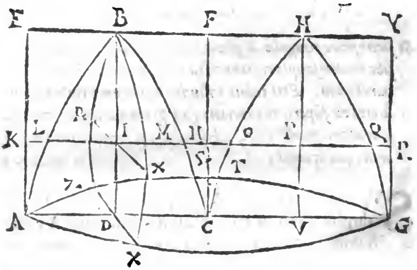
PRO-

PROPOSITIO LVIII.

Si superficies vngulæ duplicata circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa vnum latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo ortò ex superficie exteriori, ad ipsum annulum, vt triplus arcus quadrantis, ad diametrum, vna cum dimidio arcus quadrantis.

SVperficies vngulæ ABD, cuius axis BD, sit duplicata in ABC, & cum rectangulo AF, sibi circumscripto rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, esse ad annulum ABDVHG, ortum ex reuolutione ABD, circa FC, vt tripla BD, seù FC, quæ est æqualis arcui quadrantis, ad diametrum circuli, vna cum dimidia FC. Supponatur CS, dimidia FC, & NC, æqualis semidiametro. Ex schol. proposit. 12. est totus cylindrus EG, ad totum annulum ABCHG, vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe, vt FC, ad CN: nempe, vt quadrupla FC, ad quadruplam CN. Ex proposit. 13. est cylindrus DH, ad solidum DBCHV, vt FC, arcus quadrantis, ad excessum diametri supra CS: nempe ad CN, NS. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum ABDVHG, vt tripla FC, ad duplam CN, cum CS. Quod erat ostendendum.

SCHO-



SCHOLIVM.

Sed annulus ABCHG, intelligatur sectus semifigura DBX, erecta superficiei ABC, & æquidistanter FC: & intelligamus figuram DBX, rotari cum rectangulo sibi circumscripto circa BD. Ex doctrinis fusissimè explicatis in proposit. 1. part. 1. miscell. geom: & in scholijs eiusdem patet, esse tubum ad annulum, vt cylindrus circumscriptus solido ad ipsum, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare etiam patebit, cylindrum circumscriptum solido ZBX, esse ad ipsum

sum

sum, vt triplus arcus quadrantis, ad diametrum, vnà cum dimidio arcus quadrantis. Seù ad pauciora reducendo, vt arcus quadrantis, ad subsesquialteram semidiametri, vnà cum sexta parte arcus quadrantis.

PROPOSITIO LIX.

Annuli proposit. antecedent. possumus assignare in ipsius axi centrum grauitatis.

QVod enim annuli ABDVHG, possimus in FC, assignare centrum grauitatis, sic patebit. Supponamus FS, æqualem semidiametro. Ergo ex numero 1. proposit. 25. erit S, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Pariter ex proposit. 36. sit inuentum T, centrum grauitatis solidi DBCHV. Si fiat reciprocè, vt annulus ABDVHG, ad solidum DBCHV, sic TS, ad SN; nempe sic arcus quadrantis, cum excessu diametri supra dimidium arcus quadrantis, ad hunc excessum, ex schol. 2. proposit. 15. Erit innentum N, centrum grauitatis annuli dicti. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cumque hìc annulus sit proportionaliter analogus cum solido ZBX. Erit etiam inuentum I, centrum grauitatis illius solidi.

Solidi ergo ex ſemifigura D B X, reuoluta circa D B, aſſignauimus & menſuram, & in axi D B, centrum grauitatis. Sed ipſius ſemifiguræ D B X, ignoramus & naturam, & conditionem; ſicuti & reliqua, quæ ex ipſa poſſunt deduci. Quapropter eſt reponenda inter catalogum illarum figurarum, quas propoſuimus geometris ſpeculandas in ſchol. propoſit. 25. 1. part. miſcell. geom.

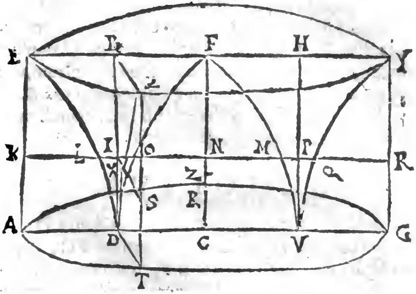
PROPOSITIO LX.

Si ſuperficies vngulæ ſit quidem duplicata circa axim, ſed inuersè poſita, & hæc cum rectangulo circumſcripto intelligatur rotari circa latus, quod erit axis vnius ſuperficiei. Erit tubus cylindricus circumſcriptus annulo orto ex ſuperficie exteriori, ad ipſum annulum, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum, vnà cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

SVperficies vngulæ A E D, cuius axis E A, ſit duplicata in A E D F C; & hæc cum rectangulo E C, rotetur circa F C. Dico tubum cylindricum E D Y, eſſe ad annulum A E D V Y G, vt triplus F C, arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum, vna cum exceſſu ſemidiametri ſupra dimidium arcus quadrantis.

Patet faciliter, quia, vt in propoſit. 58. deducemus, eſſe totum cylindrum E G, ad totum ſolidum A E D F V Y G, ex ſchol. propoſit. 12. vt arcus qua-

dran-



drantis, ad ſemidiametrum: ſeu vt quadruplus arcus, ad quadruplum ſemidiametrum. Sed ex propoſit. 11. eſt cylindrus DH, ad ſolidum DFV, vt arcus quadrantis, ad ſui dimidium. Ergo tubus cylindricus ADY, reliquus, erit ad reliquum ſolidum AEDVYG, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum ſemidiametrum, vnà cum exceſſu ſemidiametri, ſupra dimidium arcus quadrantis. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo etiam per conuerſionem rationis, erit idem tubus cylindricus ad annulum ortum ex reuolutione

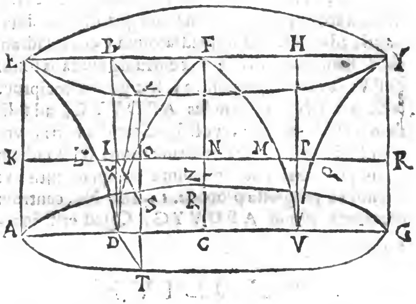
trilinei EDB, reuoluti circa FC, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum excessum arcus quadrantis, supra semidiametrum, minus excessu semidiametri supra dimidium arcus quadrantis: nempe ad duplum excessum arcus quadrantis supra semidiametrum, vnà cum excessu differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

SCHOLIVM.

Sed solido dicto intellecto secto semifigura D 2 T, erecta figuræ genitrici, & æquidistanter FC, & semifiguram cum rectangulo BT, sibi circumscripto rotari circa BD; habebibus pariter cylindrum ex BT, esse ad solidum ex D 2 T, vt triplus arcus quadrantis, ad triplum semidiametrum, vnà cum excessu ipsius semidiametri supra dimidium arcus quadrantis. Et reducendo terminos ad minores, vt arcus quadrantis, ad semidiametrum, vnà cum tertia parte excessus ipsius supra dimidium arcus quadrantis.

Item per conuersionem rationis, erit cylindrus ex BT, ad solidum, quod oritur ex reuolutione trilinei BD 2, circa BD, vt triplus arcus quadrantis, ad duplam differentiam inter arcum quadrantis, & semidiametrum, vnà cum excessu dictæ differentiæ supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Reducendoque terminos ad mi-

nores,



nores, vt arcus quadrantis, ad subsesquialteram differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, vnà cum tertia parte excessus differentiæ dictæ, supra illam, quę est inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

PROPOSITIO LXI.

Annuli proposit. antecedent. possumus centrum grauitatis assignare in ipsius axi.

NAm si FZ, sit æqualis semidiametro, patebit ex numero 2. proposit. 25. esse Z, centrum gra-

grauitatis totius solidi AEDFVYG. Pariter sit sic secta FC, in ℞, vt sit F℞, ad ℞C, vt quadratum arcus quadrantis, vnà cum quadrato semidiametri, ad differentiam quadratorum arcus quadrantis, & semidiametri: erit ℞, centrum grauitatis solidi DFV. ex schol. proposit. 35. si ergo fiat reciprocè ℞Z, ad ZN, vt annulus AEDVYG, ad solidum DFV; nempe, vt sesquialter diametri, vnà cum differentia inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad dimidium arcus quadrantis: vt elicitur ex progressu proposit. 13. erit N, centrum grauitatis annuli AEDVYG. Quod erit inueniendum.

SCHOLIVM.

Sed cum solidum ex D2T, circa BD, sit proportionaliter analogum cum dicto annulo; si sic secetur BD, in I, vt est secta FC, in N: inuentum etiam erit centrum grauitatis dicti solidi.

Quare cum sciamus etiam medium punctum BD, esse centrum grauitatis cylindri ex BT: & non ignoremus rationem solidi ex D2T, ad solidum ex DB2: habebimus in BD, centrum grauitatis dicti solidi ex DB2.

Solidi ergo ex D2T, agnouimus & mensuram, & centrum grauitatis. Ignoramus autem & quadraturam, & naturam, & alia, quæ possunt oriri ex ipsa semifigura D2T, vel ex trilineo BD2. Proponatur

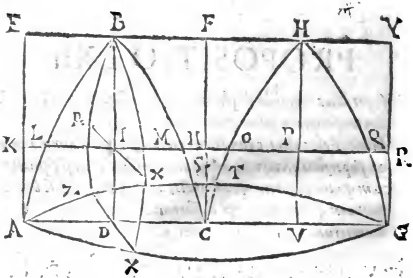
tur ergo cum reliquis schol. proposit. 25. part. 1. miscell. geom. alijs speculanda.

PROPOSITIO LXII.

Si superficies vngulæ duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex superficie exteriori, ad ipsum annulum, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub composita ex quadrantis, & differentia inter ipsum, & semidiametrum, & sub semidiametro.

SVperficies vngulæ ABD, cuius axis AD, basis BD, sit duplicata in ABC, circa basim BD: & hæc cum rectangulo EC, rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, esse ad annulum ABDVHG, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub semidiametro, & sub composita ex arcu quadrantis, & ex differentia inter ipsum, & semidiametrum. Cylindrus EG, est ad solidum ABCHG, ex schol. 1. proposit. 12. num. 3. vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad rectangulum sub semidiametro, & sub duplo arcu quadrantis. Sed ex sec. part. proposit. 23. est cylindrus DH, quarta pars cylindri EG, ad solidum DBCHV, vt dimidium quadratum arcus quadrantis, ad quadratum semidiametri. Ergo reliquus tubus cylindricus

EDY,



E D Y, erit ad reliquum solidum ABDVHG, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub semidiametro, & sub arcu quadrantis, vnà cum rectangulo sub semidiametro, & sub differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum (vnum enim rectangulum sub arcu quadrantis, & sub semidiametro diuiditur in quadratum semidiametri, & in rectangulum sub semidiametro, & sub differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum;) nempe ad rectangulum sub semidiametro, vt sub composita ex arcu quadrantis, & ex differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Solidum sit sectum semifigura DBX, erecta plano genitori, & æquidistanter FC; & DBX, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa DB. Etiam talis cylindrus ad solidum genitum, erit in dicta ratione.

Solidi ergo ZBX, habemus mensuram: non tamen eius habemus centrum grauitatis: quia in superioribus non adinuenimus centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione superficiei vngulæ circa basim. Conditionem, quadraturam, & reliqua semifiguræ DBX, ignorantes, remittimus eam ad alias numeratas in schol. proposit. 25. cit.

PROPOSITIO LXIII.

Si superficies vngulæ sit quidem duplicata circa basim, sed inuersè posita, & hæc cum rectangulo circumscripto intelligatur rotari circa latus, quod erit basis vnius superficiei. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex superficie exteriori, ad ipsum annulum, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub arcu quadrantis, & sub semidiametro, vnà cum quadrato semidiametri.

SIt superficies vngulæ AED, cuius basis AE, axis AD, & hæc sit duplicata in AEDFC;

Bb &

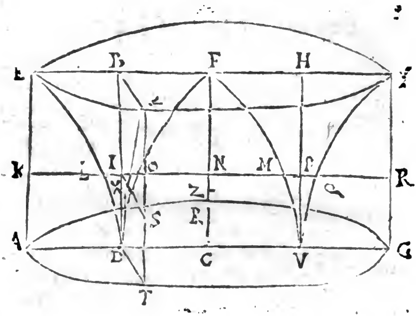
& cum rectangulo EC, sibi circumscripto rotetur circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, esse ad annulum AEDVYG, in dicta ratione.

Nam ex numero 2. schol. 1. proposit. 12. est cylindrus EG, ad totum solidum AEDFVYG, vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad duplum rectangulum sub arcu quadrantis, & sub semidiametro. Sed cylindrus DH, subquadruplus cylindri EG, est ad solidum DFV, ex prim. part. proposit. 23. vt dimidium quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, & sub semidiametro. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum AEDVYG, vt reliquum ad reliquum: nempe, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub semidiametro, & sub arcu quadrantis, vnà cum quadrato semidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quod si solidum AEDFVYG, intelligatur sectum semifigura D2T, erecta superficiei genetrici, & æquidistanter FC; & D2T, cum rectangulo BT, sibi circumscripto rotetur circa BD. Erit cylindrus genitus, ad solidum, pariter vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub arcu, & sub semidiametro, cum quadrato semidiametri. Et per conuersionem rationis, erit cylindrus ad solidum

ortum



orum ex reuolutione trilinei BD2, circa BD, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad sui excessum supra consequens.

Solidorum ergo genitorum ex reuolutione & semifiguræ D2T,& DB2, circa BD, tradidimus mensuras. At centra grauitatis nequeunt ex dictis assignari; quia nunquam docuimus centra grauitatis solidorum ex superficie vngulæ rotata vel circa basim, vel circa latus rectanguli circumscripti basi parallelum. Semifiguræ ergo D2T, non tenemus maiorem notitiam tradita. Non ergo vereatur reponi cum alijs schol. proposit. 25. miscell. geom. &c.

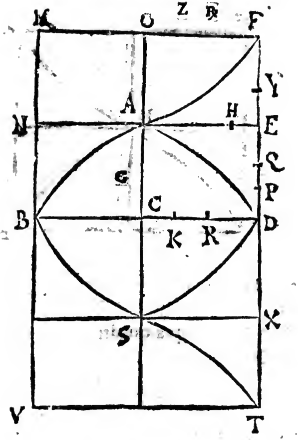
PROPOSITIO LXIV.

Si prima quarta Lilij vngularis duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori ad ipsum annulum, vt sesquialterum quadrati axis quartæ, ad dimidium quadrati axis, vnà cum excessu quadrati dimidij axis supra quadratum semidiametri illius circuli, cuius semicircumferentiæ æquatur axis.

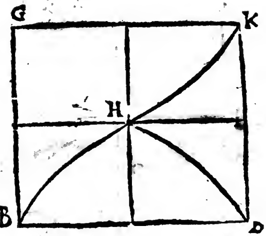
PRima quarta Lilij vngularis BAFD, cuius basis BD, axis FD, sit duplicata circa basim BD, in FABST, & hæc cum rectangulo sibi circumscripto intelligatur rotari circa MF, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex quarta solidum, quæ mente intelligenda sunt. Dico tubum cylindricum ortum ex reuolutione rectanguli VD, circa MF, esse ad annulum ortum ex quarta exteriori TSBD, reuoluta circa MF, vt sesquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, vnà cum excessu quadrati ED, dimidiæ FD, supra quadratum semidiametri circuli cuius semissi circumferentiæ sit æqualis FD, & quadranti ipsa ED.

Totum cylindrum ex rectangulo VF, esse ad totum solidum ex duplicata quarta TSBAF, in ratione dupla, constat ex schol. 3. prop. 27. Quare cylindrus erit ad solidum, vt duplum quadratum FD, ad

quadra-



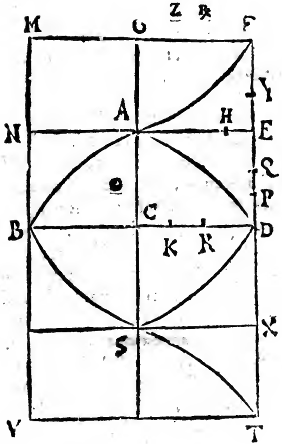
quadratum FD. At ex corol. prop. 26. & ex eius schol. 1. constat cylindrum ex DM, subquadruplum cylindri ex TM, esse ad solidum ex quarta BAFD, vt dimidium quadrati FD, ad quadratum ED, cum quadrato semidiametri arcus quadrantis ED. Ergo reliquus tubus cylindricus ex VD, erit ad reliquum



quum annulum ex TSBD, vt ſeſquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, vnà cum exceſſu quadrati ED, ſupra quadratum illius ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed ad principaliter intentum deueniendo, ſolidum, & cylindrus ſecentur plano erecto figuris genitricibus, & æquidiſtanter ipſi MF (quod intelligendum eſt ad ſimilitudinem ſæpe dictorum) vt ex ſectione cylindri generetur rectangulum, & ex ſectione ſolidi quædam figura, quorum medietates rectangulum DG, & DBHK, planum, quæ exponantur ſæparata ab ipſo ſolido, & ſeorſim in altera figura, & intelli-



telligamus hoc cum rectangulo rotari circa BD. Etiam cylindrus erit ad hoc solidum, vt sesquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, cum excessu quadrati ED, supra quadratum semidiametri.

PRO-

PROPOSITIO LXV.

Annuli proposit. antecedent. possumus centrum grauitatis assignare in ipsius axi.

NAm si Z, sit centrum grauitatis totius solidi ex TSBAF, circa MF, erit MZ, ad ZF, vt FE, vnà cum differentia inter arcum quadrantis ED, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum, vnà cum dicto dimidio excessus. Quod colligitur ex schol. 3. proposit. 27. Pariter ex schol. 1. proposit. 29. habemus ℞, centrum grauitatis solidi ex quarta DBAF, reuoluta circa MF. Si ergo fiat ℞Z, ad ZO, vt solidum ex quarta TSBD, circa MF, ad solidum ex quarta DBAF, circa eandem MF: nempe, vt dimidium quadrati FD, vnà cum excessu quadrati arcus quadrantis ED, supra quadratum semidiametri, ad quadratum ED, vnà cum quadrato semidiametri ex schol. 2. proposit. 26: erit punctum O, centrum grauitatis dicti solidi.

SCHOLIVM.

Cum verò solidum ex DBHk, reuoluta circa BD, sit proportionaliter analogum cum dicto annulo ex TSBD, circa MF: ergo eodem modo seca-

bitur

bitur BD, à centro grauitatis huius solidi, sicuti secatur MF, in Z, à centro grauitatis illius annuli. Solidi ergo ex DBHK, circa BD, habemus & mensuram, & centrum grauitatis. Quadratura, natura, & reliqua huius figuræ latent. Quare erit eiusdem conditionis cum reliquis ennumeratis in schol. proposit. 25. par. 1. miscell. geom.

PROPOSITIO LXVI.

Si prima quarta Lilij vngularis duplicata circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex rotatione primæ quartæ exterioris, ad ipsum annulum, vt triplus axis quartæ, nempe arcus semicirculi, ad axim, vnà cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

PRima quarta Lilij vngularis BAFD, sit duplicata circa axim FD, in BAFST; & hæc cum MT, rectangulo sibi circumscripto intelligatur rotari circa VT, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex duplicata quarta solidum, quæ pariter mente intelligenda sunt: sit DQ, æqualis semidiametro, & DP, dimidia DE. Dico tubum cylindricum ex MD, circa VT, esse ad solidum ex BAFD, cir-

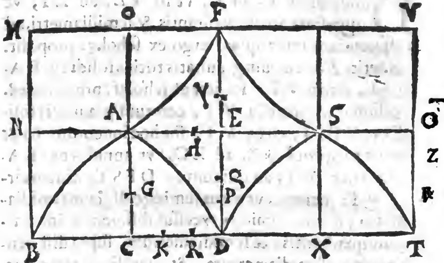
ca VT, vt tripla FD, ad FD, cum DQ, & cum dimidio excessus EQ, supra QP.

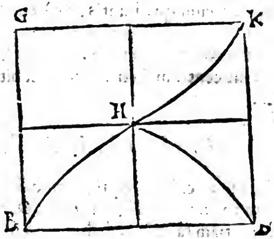
Cylindrus ex MT, circa VT, est ad totum solidum ex BAFST, circa VT, in ratione dupla, ex schol. 2. proposit. 26: nempe vt quadrupla FD, ad duplam FD. Pariter cylindrus ex FT, subquadruplus prioris, est ad solidum ex DFST, circa VT, ex coroll. & schol. 1. proposit. 27. vt FD, ad FE, vnà cum QP, & cum dimidio excessus EQ, supra QP. Ergo reliquus tubus cylindricus ex MD, circa VT, erit ad reliquum annulum ex BAFD, circa VT, vt tripla FD, ad FD, cum DQ, & cum dimidio excessus EQ, supra QP. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Sed etiam nunc secto cylindro, & solido plano erecto figuris genitricibus, & æquidistanter ipsi VT, vt pariter ex sectione cylindri generetur rectangulum, & ex sectione solidi figura quædam, quorum medietates rectangulum GD, & DBHk, planum, quæ pariter exponantur separata ab ipso solido in altera figura, & intelligamus hæc rotari circa kD, ipsi FD, suppositam æqualem, & correspondentem. Etiam cylindrus ex GD, erit ad solidum ex BHKD, circa KD, in supra explicata ratione.

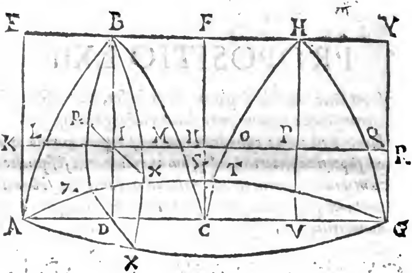
PRO-





PROPOSITIO LXVII.

Annuli anteced. proposit. possumus in axi assignare centrum grauitatis.



E D Y, erit ad reliquum ſolidum ABDVHG, vt ſeſquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub arcu quadrantis, vnà cum rectangulo ſub ſemidiametro, & ſub differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum (vnum enim rectangulum ſub arcu quadrantis, & ſub ſemidiametro diuiditur in quadratum ſemidiametri, & in rectangulum ſub ſemidiametro, & ſub differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum;) nempe ad rectangulum ſub ſemidiametro, vt ſub compoſita ex arcu quadrantis, & ex differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Solidum fit sectum semifigura DBX, erecta plano genitori, & æquidistanter FC; & DBX, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa DB. Etiam talis cylindrus ad solidum genitum, erit in dicta ratione.

Solidi ergo ZBX, habemus mensuram: non tamen eius habemus centrum grauitatis: quia in superioribus non adinuenimus centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione superficiei vngulæ circa basim. Conditionem, quadraturam, & reliqua semifiguræ DBX, ignorantes, remittimus eam ad alias numeratas in schol. proposit. 25. cit.

PROPOSITIO LXIII.

Si superficies vngulæ sit quidem duplicata circa basim, sed inuersè posita, & hæc cum rectangulo circumscripto intelligatur rotari circa latus, quod erit basis vnius superficiei. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex superficie exteriori, ad ipsum annulum, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub arcu quadrantis, & sub semidiametro, vnà cum quadrato semidiametri.

SIt superficies vngulæ AED, cuius basis AE, axis AD, & hæc sit duplicata in AEDFC;

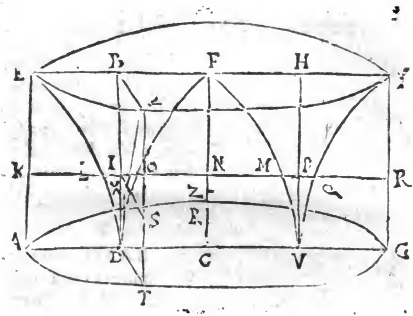
& cum rectangulo E C, sibi circumscripto rotetur circa F C. Dico tubum cylindricum E D Y, esse ad annulum A E D V Y G, in dicta ratione.

Nam ex numero 2. schol. 1. proposit. 12. est cylindrus E G, ad totum solidum A E D F V Y G, vt arcus quadrantis ad semidiametrum: nempe, vt duplum quadratum arcus quadrantis, ad duplum rectangulum sub arcu quadrantis, & sub semidiametro. Sed cylindrus D H, subquadruplus cylindri E G, est ad solidum D F V, ex prim. part. proposit. 23. vt dimidium quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, & sub semidiametro. Ergo reliquus tubus cylindricus E D Y, erit ad reliquum annulum A E D-V Y G, vt reliquum ad reliquum: nempe, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub semidiametro, & sub arcu quadrantis, vnà cum quadrato semidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quod si solidum A E D F V Y G, intelligatur sectum semifigura D 2 T, erecta superficiei genetrici, & æquidistanter F C; & D 2 T, cum rectangulo B T, sibi circumscripto rotetur circa B D. Erit cylindrus genitus, ad solidum, pariter vt sexquialterum quadrati arcus quadrantis, ad rectangulum sub arcu, & sub semidiametro, cum quadrato semidiametri. Et per conuersionem rationis, erit cylindrus ad solidum

ortum



ortum ex reuolutione trilinei B D 2, circa B D, vt sesquialterum quadrati arcus quadrantis, ad sui excessum supra consequens.

Solidorum ergo genitorum ex reuolutione & semifiguræ D2T,& DB2, circa BD, tradidimus mensuras. At centra grauitatis nequeunt ex dictis assignari; quia nunquam docuimus centra grauitatis solidorum ex superficie vngulæ rotata vel circa basim, vel circa latus rectanguli circumscripti basi parallelum. Semifiguræ ergo D 2 T, non tenemus maiorem notitiam tradita. Non ergo vereatur reponi cum alijs schol. proposit. 25. miscell. geom. &c.

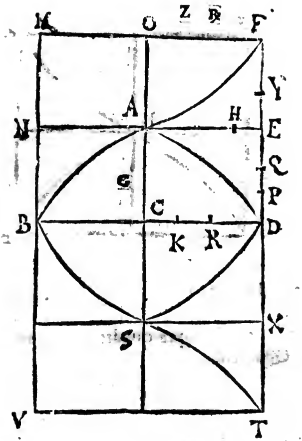
PROPOSITIO LXIV.

Si prima quarta Lilij vngularis duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori ad ipsum annulum, vt sesquialterum quadrati axis quartæ, ad dimidium quadrati axis, vnà cum excessu quadrati dimidij axis supra quadratum semidiametri illius circuli, cuius semicircumferentiæ æquatur axis.

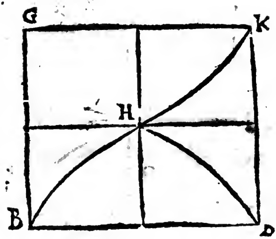
PRima quarta Lilij vngularis BAFD, cuius basis BD, axis FD, sit duplicata circa basim BD, in FABST, & hæc cum rectangulo sibi circumscripto intelligatur rotari circa MF, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex quarta solidum, quæ mente intelligenda sunt. Dico tubum cylindricum ortum ex reuolutione rectanguli VD, circa MF, esse ad annulum ortum ex quarta exteriori TSBD, reuoluta circa MF, vt sesquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, vnà cum excessu quadrati ED, dimidiæ FD, supra quadratum semidiametri circuli cuius semissi circumferentiæ sit æqualis FD, & quadranti ipsa ED.

Totum cylindrum ex rectangulo VF, esse ad totum solidum ex duplicata quarta TSBAF, in ratione dupla, constat ex schol. 3. prop. 27. Quare cylindrus erit ad solidum, vt duplum quadratum FD, ad

quadra-



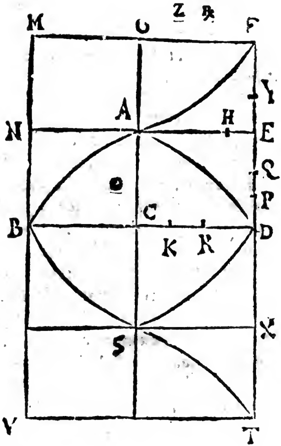
quadratum FD. At ex corol. prop. 26. & ex eius schol. 1. constat cylindrum ex DM, subquadruplum cylindri ex TM, esse ad solidum ex quarta BAFD, vt dimidium quadrati FD, ad quadratum ED, cum quadrato semidiametri arcus quadrantis ED. Ergo reliquus tubus cylindricus ex VD, erit ad reliquum



quum annulum ex TSBD, vt ſeſquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, vnà cum exceſſu quadrati ED, ſupra quadratum illius ſemidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed ad principaliter intentum deueniendo, ſolidum, & cylindrus ſecentur plano erecto figuris genitricibus, & æquidiſtanter ipſi MF (quod intelligendum eſt ad ſimilitudinem ſæpe dictorum) vt ex ſectione cylindri generetur rectangulum, & ex ſectione ſolidi quædam figura, quorum medietates rectangulum DG, & DBHK, planum, quæ exponantur ſæparata ab ipſo ſolido, & ſeorſim in altera figura. & intelli-



telligamus hoc cum rectangulo rotari circa BD. Etiam cylindrus erit ad hoc solidum, vt sesquialterum quadrati FD, ad dimidium quadrati FD, cum excessu quadrati ED, supra quadratum semidiametri.

PRO-

PROPOSITIO LXV.

Annuli proposit. antecedent. possumus centrum grauitatis assignare in ipsius axi.

NAm si Z, sit centrum grauitatis totius solidi ex TSBAF, circa MF, erit MZ, ad ZF, vt FE, vnà cum differentia inter arcum quadrantis ED, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad semidiametrum, vnà cum dicto dimidio excessus. Quod colligitur ex schol. 3. proposit. 27. Pariter ex schol. 1. proposit. 29. habemus ℞, centrum grauitatis solidi ex quarta DBAF, reuoluta circa MF. Si ergo fiat ℞Z, ad ZO, vt solidum ex quarta TSBD, circa MF, ad solidum ex quarta DBAF, circa eandem MF: nempe, vt dimidium quadrati FD, vnà cum excessu quadrati arcus quadrantis ED, supra quadratum semidiametri, ad quadratum ED, vnà cum quadrato semidiametri ex schol. 2. proposit. 26: erit punctum O, centrum grauitatis dicti solidi.

SCHOLIVM.

Cum verò solidum ex DBHk, reuoluta circa BD, sit proportionaliter analogum cum dicto annulo ex TSBD, circa MF: ergo eodem modo secabitur

bitur BD, à centro grauitatis huius solidi, sicuti fertur MF, in Z, à centro grauitatis illius annuli. Solidi ergo ex DBHK, circa BD, habemus & mensuram, & centrum grauitatis. Quadratura, natura, & reliqua huius figuræ latent. Quare erit eiusdem conditionis cum reliquis ennumeratis in schol. proposit. 25. par. 1. miscell. geom.

PROPOSITIO LXVI.

Si prima quarta Lilij vngularis duplicata circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex rotatione primæ quartæ exterioris, ad ipsum annulum, vt triplus axis quartæ, nempe arcus semicirculi, ad axim, vnà cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

PRima quarta Lilij vngularis BAFD, sit duplicata circa axim FD, in BAFST; & hæc cum MT, rectangulo sibi circumscripto intelligatur rotari circa VT, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex duplicata quarta solidum, quæ pariter mente intelligenda sunt: sit DQ, æqualis semidiametro, & DP, dimidia DE. Dico tubum cylindricum ex MD, circa VT, esse ad solidum ex BAFD, cir-

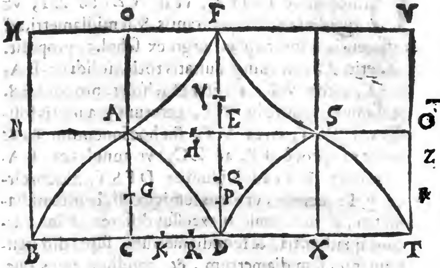
ca VT, vt tripla FD, ad FD, cum DQ, & cum dimidio excessus EQ, supra QP.

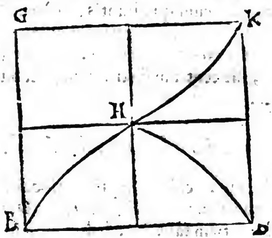
Cylindrus ex MT, circa VT, est ad totum solidum ex BAFST, circa VT, in ratione dupla, ex schol. 2. proposit. 26: nempe vt quadrupla FD, ad duplam FD. Pariter cylindrus ex FT, subquadruplus prioris, est ad solidum ex DFST, circa VT, ex coroll. & schol. 1. proposit. 27. vt FD, ad FE, vnà cum QP, & cum dimidio excessus EQ, supra QP. Ergo reliquus tubus cylindricus ex MD, circa VT, erit ad reliquum annulum ex BAFD, circa VT, vt tripla FD, ad FD, cum DQ, & cum dimidio excessus EQ, supra QP. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Sed etiam nunc secto cylindro, & solido plano erecto figuris genitricibus, & æquidistanter ipsi VT, vt pariter ex sectione cylindri generetur rectangulum, & ex sectione solidi figura quædam, quorum medietates rectangulum GD, & DBHk, planum, quæ pariter exponantur separata ab ipso solido in altera figura, & intelligamus hæc rotari circa kD, ipsi FD, suppositam æqualem, & correspondentem. Etiam cylindrus ex GD, erit ad solidum ex BHKD, circa KD, in supra explicata ratione.

PRO-





PROPOSITIO LXVII.

Annuli anteced. proposit. possumus in axi assignare centrum grauitatis.

Diuidatur VT, in Z, vt sit VZ, ad ZT, vt quadrata arcus quadrantis, & semidiametri, ad differentiam inter ipsa. Ergo ex schol. 3. proposit. 26. erit Z, centrum grauitatis totius solidi ex BAFST, circa VT. Pariter ex schol. 1. proposit. 28. possumus inuenire in VT, centrum grauitatis solidi ex DFST, circa VT. Sit hoc inuentum ℞; & & fiat reciprocè ℞Z, ad ZO, vt annulus ex BAFD, circa VT, ad solidum ex DFST, itidem circa VT: nempe, vt arcus semicirculi, cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad arcum quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dicto dimidio excessus, ex schol. 2. proposit. 27. Ergo cum O, sit centrum dicti annuli, licebit ipsum assignare.

SCHOLIVM.

Sed annulo existente proportionaliter analogo cum solido orto ex semifigura BHkD, reuoluta circa kD: etiam talis solidi habebimus in kD, centrum grauitatis. Etiam ergo dicti solidi habemus mensuram, & centrum grauitatis. Reliqua ipsius sunt abscondita. Non ergo pigeat eam cum illis schol. sæpe citati reponere.

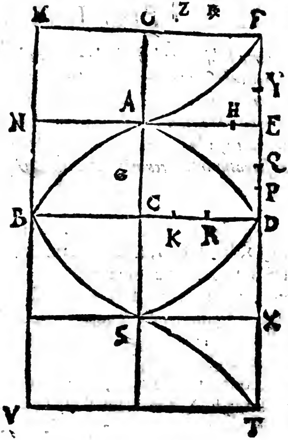
PRO-

PROPOSITIO LXVIII.

Si secunda quarta Lilij vngularis duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt triplus axis quartæ, ad axim, vnà cum composita ex eius ¼, & ex differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum.

SEcunda quarta Lilij vngularis BAFD, cuius axis FD, basis DB, sit duplicata circa basim BD, in TSBAF, & hæc cum rectangulo MT, circumscripto rotetur circa MF. Dico tubum cylindricum ex rectangulo MT, reuoluto circa MF, esse ad annulum ex quarta exteriori TSBD, itidem reuoluta circa MF, vt tripla FD, ad FD, cum composita ex quarta parte ED, quæ sit QP, & ex differentia inter ED, dimidiam FD, vt arcus quadrantis, & suam semidiametrum quæ sit EP, nempe ad QD. Ex schol. 3. proposit. 31. totus cylindrus TM, cum sit duplus totius solidi ex TSBAF, erit ad ipsum, vt quadruplus axis FD, ad duplum axim FD. Sed ex coroll. & ex schol. 1. proposit. 30. est cylindrus ex DM, prioris subquadruplus, ad solidum ex DBAF, vt FD, ad eius dimidiam FE, vnà cum excessu ED, supra compositam ex eius quarta parte, & ex semidiametro circuli cuius

ED,



E D, est arcus quadrantis. Ergo erit tubus cylindricus ex TB, ad annulum ex TSBD, quem stringit, vt tripla FD, ad FD, cum QD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Vt in antecedentibus sectis cylindro, & solido rectan-

ctangulo DG, & semifigura DBHk, vt in schem: posito supra pag. seorsim positis, & facta reuolutione circa BD. Erit cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex semifigura in dicta ratione.

PROPOSITIO LXIX.

Annuli antecedent. proposit. possumus in axi assignare centrum grauitatis.

NAm si sit sic sectus in Z, vt sit MZ, ad ZF, vt quadratum ED, vnà cum dimidio quadratorum EP, PD, ad quadratum ED, minus dimidio quadratorum EP, PD. Erit ex schol. 3. proposit. 31. Z, centrum grauitatis solidi totius ex TSBAF, circa MF, reuoluta. Ex schol. 1. proposit. 33. inueniatur ℞, centrum grauitatis solidi ex DBAF. Fiat reciprocè ℞Z, ad ZO, vt annulus ex TSBD, ad solidum ex DBAF: nempe secundum rationem assignatam in schol. 2. proposit. 30. Erit O, centrum grauitatis annuli prædicti.

SCHOLIVM.

Sic verò secabitur BD, sicuti secatur MF, à centro grauitatis solidi ex dimidia figura DBHk, seorsim posita reuoluta circa BD. Quæ figura cum non pariat pro nunc in nobis maiorem notitiam tradita:

dita: pergat cum cæteris schol. proposit. 25. sæpe citatæ.

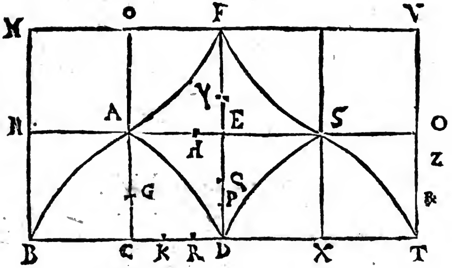
PROPOSITIO LXX.

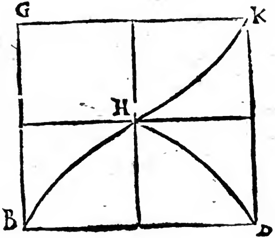
Si secunda quarta Lilij vngularis duplicata circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex rotatione quartæ exterioris, ad ipsum annulum, vt sesquialterum quadrati axis, ad subduplum quadrati axis, vnà cum dimidio quadratorum semidiametri circuli cuius semiaxis est arcus quadrantis, & differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum.

Secunda quarta Lilij vngularis BAFD, sit duplicata circa axim FD, in BAFST, & hæc cum rectangulo MT, intelligatur rotari circa VT; sitque ED, dimidia FD, & DQ, sit æqualis semidiametro circuli, cuius ED, est arcus quadrantis. Dico tubum cylindricum ex MD, circa VT, esse ad solidum ex BAFD, vt sesquialterum quadrati FD, seù vt sextuplum quadrati ED, ad dimidium quadrati FD, seù duplum quadrati ED, vnà cum dimidio quadratorum EQ, QD.

Ex schol. 2. proposit. 30. constat cylindrum ex MT, esse duplum solidi ex BAFST: nempe esse ad ipsum, vt duplum quadratum FD, ad quadratum FD. Ex coroll. & ex schol. 1. prop. 31. constat cylindrum ex FT, subquadruplum prioris, esse ad solidum ex

DFST,





DFST, circa VT, vt duplum quadratum DE, (nempe dimidium quadrati FD) ad quadratum ED, vnà

cum dimidio quadratorum EQ, QD, & cum duplo rectangulo EQD. Quare constabit etiam, esse reliquum tubum cylindricum ex MD, ad reliquum annulum ex BAFD, vt reliquum, ad reliquum: nempe, vt sesquialterum quadrati FD, seù sextuplum quadrati ED, ad duplum quadratum ED, seù dimidium quadrati FD, vnà cum dimidio quadratorum EQ, QD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Constabit etiam, supposita semifigura BHkD, seorsim posita, sæpe explicata, & reuoluta circa KD, esse cylindrum ex rectangulo ei circumscripto, ad solidum ex semifigura, in antedicta ratione.

PROPOSITIO LXXI.

Possumus antedicti annuli, centrum grauitatis assignare in axi.

NAm axis sic secetur in Z, vt sit VZ, composita ex dimidia FD, & ex excessu ED, supra compositam ex octaua parte FD, & ex differentia inter ED, vt est arcus quadrantis, & semidiametrum. Erit ex schol. 3. propos. 30. Z, centrum grauitatis solidi ex BAFST, circa VT, reuoluta. Ex schol. 1. prop. 32. inueniatur ℞, centrum grauitatis solidi ex DFST, circa VT. Et fiat reciprocè ℞Z, ad ZO, vt annulus ex BAFD,

FD, ad solidum ex DFST, circa VT: nempe secundam rationem expressam in schol. 2. proposit. 31. Erit inuentum punctum O, centrum solidi prædicti. Quod &c.

SCHOLIVM.

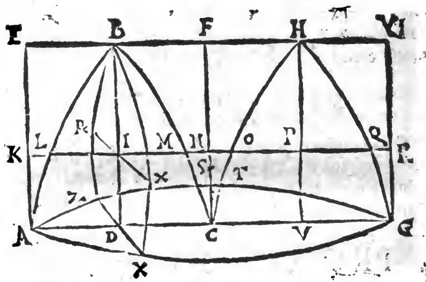
Quod centrum pariter secabit VT, vt secatur kD, à centro grauitatis solidi ex semifigura BHkD, reuoluta circa kD. Quæ figura est reponenda cum alijs pluribus vicibus recensitis.

PROPOSITIO LXXII.

Si semicyclois duplicata circa basim, cum sibi circumscripto rectangulo rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo ex semicycloide exteriori, ad ipsum annulum, vt tripla basis semicycloidis, ad duplam basis, vnà cum differentia inter semidiametrum, & semibasim minus dimidio excessus differentiæ inter semibasim, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & quartam partem basis.

PRopositio hæc proponitur diuersissimè ab eo, quo proposita fuit in proposit. 14. 1. part. miscell. geom. Ibi enim Torricellij testimonio assentientes, assignata fuit in numeris, quo modo nequit exprimi nisi proximè secundum cyclometriam Archimedum. Sit ergo semicyclois ABD, cuius axis AD, basis

Dd 2 BD,



BD, quæ sit duplicata in ABC, & hæc cum rectangulo E C, intelligatur rotari circa FC. Dico tubum cylindricum EDY, esse ad annulum ABDVHG, vt tripla basis BD, ad reliqua, vt expressum fuit supra.

Nam totus cylindrus E G, cum sit ad totum solidum A B C H G, vt rectangulum E C, ad figuram A B C, erit ad ipsum, vt quadrupla B D, ad triplam BD. Pariter ex proposit.44. est cylindrus DH, ad solidum D B C H V, vt B D, ad sui dimidiam, vnà cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ dictæ. Ergo erit reliquus tubus E D Y, ad reliquum annulum ABDVHG, vt tripla BD, ad duplam BD, vnà cum differentia inter semidiametrum, & dimidiam

tiam B D, minus dimidio excessus differentiæ dictæ. Quod &c.

SCHOLIVM.

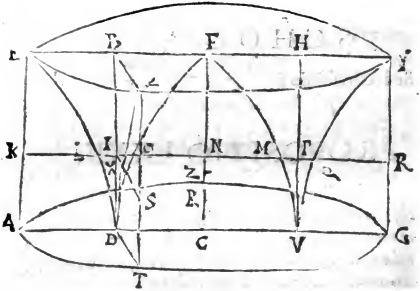
Sed secto solido semifigura D B X. In dicta etiam erit ratione cylindrus ad solidum, &c.

PROPOSITIO LXXIII.

Si semicyclois duplicata quidem circa basim, sed inuersè posita, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa latus rectanguli, quod est basis vnius semicycloidis. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex semicycloide exteriori, ad ipsum annulum, vt tripla basis semicycloidis, ad duplam basim, vnà cum ¼ ipsius, & cum differentia inter semibasim, & semidiametrum, minus dimidio excessus differentiæ inter semibasim, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & basis ¼.

SEmicyclois AED, cuius basis AE, sit duplicata in AEDFC, & hæc cum rectangulo EC, rotetur circa FC: sit FN, dimidia FC; NZ, dimidia NC, & N℞, æqualis semidiametro semicirculi genitoris. Assero, tubum cylindricum EDY, esse ad annulum AEDVYG, vt tripla FC, ad duplam FC, cum NZ, & cum C℞, minus dimidio excessus C℞, supra ℞Z

Nam, pariter cum sit totus cylindrus EG, ad totum annulum AEDFVYG, vt quadrupla FC, ad triplam



plam FC: & cum sit cylindrus DH, ex prop. 43. ad solidum DFV, vt FC, ad NZ, cum N℞, & cum dimidio excessus C℞, supra ℞Z. Erit tubus BDY, ad annulum, quem stringit, vt tripla FC, ad duplam FC, cum NZ, & cum C℞, minus dimidio excessus C℞, supra ℞Z. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Secto solido semifigura D2T, & rectangulo D2, hisque reuolutis circa BD: cylindrus erit ad solidum in eadem ratione. Et per conuersionem rationis, habebimus etiam rationem cylindri ad solidum, ortum

ex

ex reuolutione trilinei DB2, circa BD. Hæc propositio non fuit tradita in miscell. geom. Patuit autem in antec. & in hac proposit. haberi mensuras solidorum ex dictis dimidijs figuris. Centra grauitatis, nec reliqua habentur. Nihilominus sunt reponendæ cum reliquis recensitis.

PROPOSITIO LXXIV.

Si cyclois cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo ex semicycloide exteriori, ad ipsum, vt triplum quadratum basis semicycloidis, ad duplum quadratum dictum, vnà cum excessu quartæ partis dicti quadrati, supra sesquitertium quadrati semidiametri.

CYclois ABC, cuius axis BD, rotetur cum EC, circa FC, parallelam axi BD. Dico, tubum cylindricum EDY, esse ad annulum ABDVHG, vt triplum quadratum AD, ad duplum quadratum AD, cum excessu quartæ partis quadrati AD, supra sesquitertium quadrati semidiametri circuli genitoris.

Nam, quum totus cylindrus EG, sit sesquitertium totius solidi ABCHG, erit ad ipsum, vt 4. quadrata AD, ad 3. quadrata AD. Ex proposit. verò 50. est cylyndrus DH, ad solidum DBCHV, vt quadratum AD, ad sui subsesquitertium, cum sesquitertio quadrati semidiametri. Ergo reliquus tubus EDY, erit ad annulum exteriorem, vt triplum quadratum AD,

ad

ad duplum quadratum A D, cum excessu quartæ partis ipsius, supra sesquitertium quadrati semidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

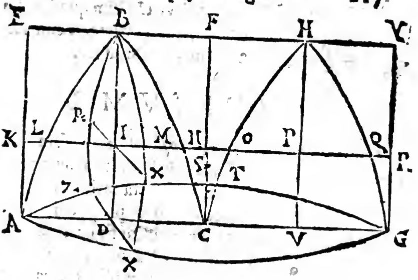
Secto solido modo consueto, erit D B X, semifigura à nemine vnquam considerata: cuius solidi geniti ex ipsa circa DB, reuoluta habemus tantum mensuram.

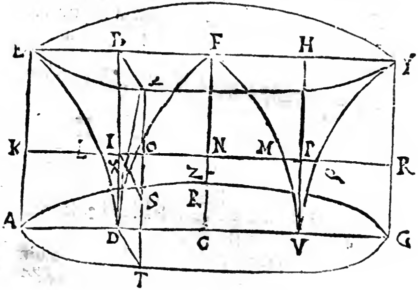
PROPOSITIO LXXV.

Si semicyclois duplicata circa axim, sed inuersè posita, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus, quod est axis vnius semicycloidis. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo ex semicycloide exteriori, ad ipsum, vt triplum quadratum basis semicycloidis, ad duplum quadratum basis, cum eius $\frac{1}{4}$, & cum sesquitertio quadrati semidiametri.

SEmicyclois AED, cuius axis EA, sit duplicata in AEDFC; & cum rectangulo EC, rotetur circa FC, &c. Dico tubum EDY, esse ad annulum, quem stringit, vt triplum quadratum AD, ad duplum quadratum AD, cum sui $\frac{1}{4}$, & cum sesquitertio quadrati semidiametri.

Cylindrus EG, est ad solidum AEDFVYG, vt quadruplum quadratum AD, ad triplum quadratum AD. DH, cylindrus est ad solidum DFV, ex propos. 49.





49. vt quadratum A D, ad ſui ſubſeſquitertium, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Ergo tubus

EDY, erit ad AEDVYG, vt triplum quadratum AD, ad duplum, vnà cum sui quarta parte, & cum sesquitertio quadrati semidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Sectis autem solidis rectangulo D2, & semifigura D2T, & his reuolutis circa BD: habemus etiam cylindrum esse ad solidum in dicta ratione. Patuit ergo ex quatuor antecedentibus propositionibus, consideratas fuisse à nobis quatuor figuras nouas in geometria: quarum omnium aliud non scimus, quam mensuras solidorum, ex dimidijs reuolutis circa axim. Harum vnam tantum agnouimus etiam in prima par. miscell. nostri geometri proposit. 14. Tres, nunc: quæ cum ipsa augere debent numerum comprehensarum in schol. proposit. 25.

SCHOLIVM II.

In præsenti sectione non meminimus assignare cubationes, & centra æquilibrij quorundam truncorum cylindricorum. Nè ergo videamur hęc ignorasse, breuiter nunc EA, explicabimus.

In proposit. 58. & in schem. ipsius, supposuimus ABC, esse duplicatam superficiem vngulæ circa axim BD, & rotari circa FC, cum rectangulo EC, circumscripto, & assignauimus rationem tubi EDY, ad annulum ABDVHG. Si ergo super superficie

ABD,

ABD, & ſuper rectangulo ED, concipiamus cylindricos rectos æquealtos ſectos plano diagonaliter tranſeunte per FC, & per latus oppoſitum ipſi EA: trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ABD, habebimus cubationem.

Quod ſi ſuper ſemifigura DBX, intelligatur item cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per latus erectum à puncto X. Etiam trunci ſiniſtri huius cylindri elicietur cubatio ex ſchol. eiuſdem propoſitionis.

Centra verò æquilibrij dictorum truncorum appenſorum, primus ſecundum FC; ſecundus ſecundum BD, habebimus ex prop. 59. & ex ſuo ſchol.

Ex propoſit. 60. ſupponentes AEDFC, eſſe duplicatam ſuperficiem vngulæ circa axim, & inuersè poſitam; & ſecari cylindricos rectos exiſtentes ſuper AB, & AED, plano tranſeunte per FC, & per latus oppoſitum ipſi AE: licet colligere cubationem trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper AED. Pariter ex propoſit. 61. licet colligere in FC, centrum æquilibrij dicti trunci appenſi ſecundum FC.

Quod ſi ſuper ſemifigura DzT, ſit talis cylindricus ſectus per DB, & per latus erectum à puncto T; trunci ſiniſtri dabitur cubatio ex propoſit. 63. & centrum æquilibrij in BD, ex propoſit. 61.

Quæ autem dicta fuerunt de ſuperficie vngulæ duplicata circa axim, debent etiam dici de ipſa duplicata circa baſim. Et truncorum ſimilium poſſunt deduci cubationes, ex propoſit. 62. 63. & ex ſuis ſcho-

lijs : non tamen possunt assignari centra æquilibrij truncorum appensorum secundum suos axes.

In schem. proposit. 64. supponamus supra primam quartam Lilij vngularis T S B D, extare cylindricum rectum sectum plano diagonaliter transeunte per M F, & per latus oppositum ipsi V T. Ex dicta prop. nota erit cubatio trunci sinistri talis cylindrici : & ex proposit. 65. notum erit in M F, centrum æquilibrij ipsius secundum M F, appensi.

Quod si consideretur secundum schema proposit. 64. nempe illa figura D B H k, seorsim posita, & super ipsa concipiatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per B D, & per latus erectum à puncto k. Cubatio trunci sinistri dabitur ex schol. dictæ propos. & centrum æquilibrij secundum B D, ex schol. proposit. 65.

Pariter si in schem. prim. proposit. 66. concipiatur super B A F D, cylindricus sectus per V T, & per latus oppositum ipsi M B. Cubationem trunci sinistri habebimus ex dicta proposit. 66. & centrum æquilibrij in V T, ex proposit. 67. Cubatio trunci sinistri cylindrici existentis super B H k D, secundi schem. secti per k D, & per latus oppositum ipsi B G, nota erit ex schol. proposit. 66. Centrum æquilibrij in K D, ex schol. proposit. 67.

Ex dictis autem nunc circa explicata in proposit. 64. 65. 66. & 67. patet quomodo possimus deducere cubationes, & centra æquilibrij truncorum in propos. 68. 69. 70. & 71.

Si

Si in ſchem.propoſit.72.ſuper ſemicycloide ABD, cuius baſis B D, ſit cylindricus rectus ſectus per F C, & per latus oppoſitum ipſi E A. Cubatio trunci ſiniſtri habebitur ex dicta propoſit. 72. Cubatio verò trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper D B X, ex eius ſchol.

In ſche.prop.73.ex ipſa dabitur cubatio trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſemicycloide A E D, cuius baſis EA, ſecti per FC, & per latus oppoſitum ipſi E A. Et ex eius ſcholio dabitur cubatio trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſemifigura D2T, ſecti plano tranſeunte per D B, & per latus oppoſitum ipſi T2.

Similes cubationes elicienter ex propoſit. 74. & 75. truncorum cylindricorum exiſtentium ſuper ſemicycloide circa axim, & ſuper ſemifiguris genitis modis explicatis.

Finis Primæ Partis.

TRA-

TRACTATVS SECVNDVS.

DE QVARTIS LILIORVM Parabolicorum, & Cycloidalium.

SECTIO PRIMA.

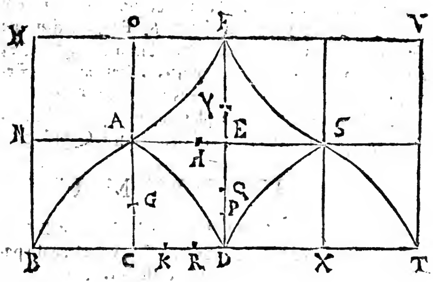
IN præcedenti tractatu considerauimus figuram quandam ex duabus superficiebus vngulæ, & ex duobus trilinijs compositam, quamque appellauimus quartam Lilij vngularis. In præsenti intelligimus considerare aliam figuram ad similitudinem ipsius compositam, sed ita vt ex duabus semiparabolis, & ex duobus trilineis coalescat. Ipsam verò non incongruè quartam Lilij parabolici vocitabimus. Sed sicuti ibidem quarta Lilij vngularis constabat ex duobus superficiebus vngularibus simul aptatis vel circa axim, vel circa basim: sic nunc duæ semiparabolæ poterunt disponi, vel circa diametrum, vel circa basim. Quod vt melius percipiatur: supponamus cuilibet para-

parabolæ BAD, cuius axis AC, addita esse duo trilinea FAE, DAE. Vel supponamus duas semiparabolas BAC, CAD, quarum axes BC, CD, esse dispositas circa bases AC, & accedant duo trilinea, vt prius. Figura FABD, vtroque modo disposita sortjetur nomenclaturam, Quartæ Lilij parabolici. Has figuras deinceps considerabimus, perquirendo earum centra grauitatis, & mensuras, ac centra grauitatis variorum solidorum genitorum ex ipsis. Hæc figura vtroque modo considerata, semper est dimidium parallelogrammi MD, sibi circumscripti, vt manifestissimè patet: quia semper trilineum FAE, æquatur trilineo BNA. Sed prius considerabimus figuram BAFD, prout BAD, est integra parabola circa diametrum, seù axim AC: quæ erit prima quarta Lilij parabolici postea altero modò.

PROPOSITIO I.

Si Prima quarta Lilij parabolici intelligatur appensa secundum axim. Hic taliter secabitur à centro æquilibrij ipsius, vt pars terminata ad verticem sit ad reliquam, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum.

PRima quarta Lilij parabolici FABD, cuius BAD, sit parabola, cuius axis AC, intelligatur appensa secundum axim FD (semper enim FD,



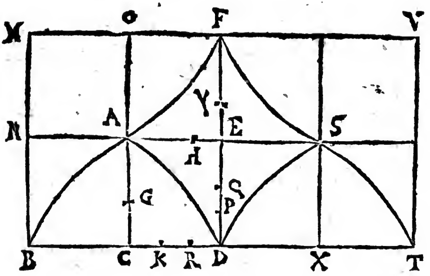
FD, vocabitur axis, & BD, basis) v.g. ex puncto Q. Dico esse FQ, ad QD, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ vnitate auctum. Nempe in prima, vt 4. ad 2. In sec. vt 7. ad 3. In tertia, vt 10. ad 4. Et sic in infinitum, augendo antecedens ternario, consequens verò vnitate. Secetur ED, in P, vt sit EP, ad PD, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Ergo ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. in calce, erit P, centrum æquilibrij parabolæ BAD, appensæ secundum FD. Secetur, EP, in Q, vt sit EQ, ad QP, vt numerus parabolæ, ad vnitatem; nempe, vt est parabola BAD, reciprocè, ad trili-

neum F A D, vt colligitur ex proposit. prim. lib. pri. Ergo erit Q, centrum æquilibrij ipsius B A F D, appensæ secundum F D. Tunc, quorum E D, est duplus numerus auctus vnitate, & F D, quadruplus numerus binario auctus, D P, est numerus, & Q P, vnitas: vndè D Q, est numerus vnitate auctus. Ergo F Q, erit triplus numerus vnitate auctus. Erit ergo F Q, ad Q D, vt triplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Cogitemus B A F D, figuram duplicari in B A F S T, & ipsam rotari vel circa V T, vel circa illi parallelam, & ab ipsa vtcunque dissitam. Annulorum genitorum habebimus in V T, & in alio axe centra grauitatis. Quia illi annuli sunt proportionaliter analogi figuræ B A F S T. V T, ergo v. g. secabitur à centro grauitatis annuli stricti, vt pars terminata ad V, sit ad reliquam, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum.

Quod si cogitemus M B A F S T V, rotari vel circa V T, vel circa dictam parallelam. Nihilominus cum annuli sint proportionaliter analogi cum illa figura: T V, v. g. secabitur eodem modo à centro annuli stricti, sed contrario modo: nempe sic, vt pars terminata ad T, sit ad reliquam, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Ijdem enim sunt annuli dicti, ac illi, qui orirentur ex reuolutione



tione duplicatæ figuræ F A B D, ad partes B M, vt manifestè patet.

SCHOLIVM II.

Cum verò ex proposit. 4. lib. 3. sit vt F Q, ad Q D, sic solidum ex figura B A F D, reuoluta circa M F, ad solidum ex eadem circa B D: erit & primum solidum ad secundum, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum.

SCHOLIVM III.

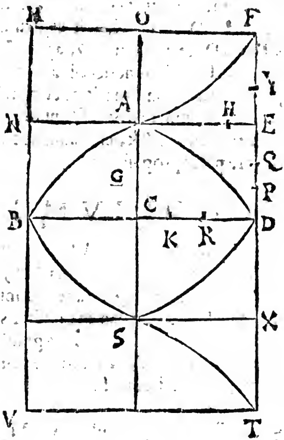
Cumque in ſche.ſeq.duplicata FABD, in FABST, & reuoluta ipſa circa V T, ſit ex prop. 30. miſcell. hyperb. ſolidum genitum æquale duobus ſolidis ex FABD, circa MF, & duobus ex eadem circa BD: vndè conſequenter ſit annulus ex FABD, circa VT, æqualis vni ſolido circa MF, & duobus circa BD. Erit annulus ex FABD, circa VT, ad ſolidum ex BSTD, circa VT, vt quintuplus numerus ternario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum. Nempe in prima, vt 8. ad 4. In ſecunda vt 13. ad 7. In tertia, vt 18. ad 10. Et ſic in infinitum, augendo antecedens quinario, conſequens verò ternario.

PROPOSITIO II.

Si prima quarta Lilij parabolici intelligatur appenſa ſecundum baſim. Eius centrum æquilibrij ità ipſam ſecabit, vt pars terminata ad curuam, ſit ad reliquam, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum.

SEd figura BAFD, ſit appenſa ſecundum BD, & k, ſit centrum æquilibrij. Dico Bk, eſſe ad kD, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Nempe in prima, vt 4. ad 2. In ſec. vt 5. ad 3. In ter. vt 6. ad 4. Et ſic in infinitum,

auctis



auctis vtrisque terminis vnitate. Diuidatur CD, in R, vt sit CR, ad RD, vt numerus vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. erit R, centrum æquilibrij trilinei FAD, appensi secundum CD. Pariter sic secetur CR, in K, vt sit CK, ad kR, vt vnitas, ad numerum parabolæ: nempe, ex quadratura infinitarum parabolarum assi-

gnata

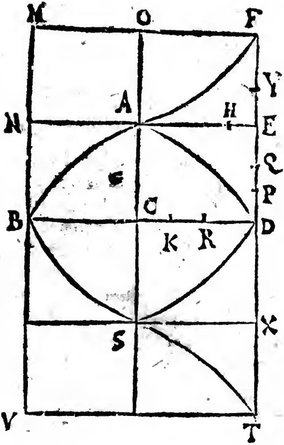
gnata initio lib. prim. reciprocè, vt trilineum F A D, ad parabolam B A D. Ergo K, erit centrum æquilibrij totius F A B D, secundum B D, appensæ. Cum verò, quorum C D, est numerus binario auctus, & B D, duplus numerus quaternario auctus, talium sit D R, vnitas; k R, numerus; & k D, numerus vnitate auctus. Ergo reliqua B k, erit numerus ternario auctus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Etiam nunc si intelligamus F A B D, duplicari in F A B S T, & rotationem fieri vel circa V T, vel circa aliam parallelam, &c. ad generandos annulos strictos, vel latos. Habebimus centra grauitatis illorum annulorum. Sicuti habebimus centra grauitatis annulorum ex M F A B S T V, reuoluta vel circa V T, vel circa aliam, vt sæpe dictum fuit.

SCHOLIVM II.

Ex proposit. verò 4. lib. 3. de infinit. parab. patebit esse, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum, solidum ex F A B D, reuoluta circa M B, ad solidum ex eadem reuoluta circa F D.



SCHOLIVM III.

Duplicata figura BAFD, in BAFST, in diagrammate primo erit solidum ex BAFD, circa VT, reuoluta, ad solidum ex DFST, circa VT, simili-

similiter reuoluta, vt triplus numerus quinario auctus, ad numerum ternario auctum. Nempe in prima, vt 8. ad 4. In sec. & 11. ad 5. In tert. vt 14. ad 6. Et sic in infinitum aucto antec. ternario, conseq. vnitate.

SCHOLIVM IV.

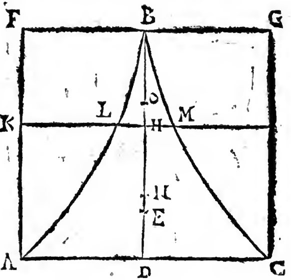
Centrum verò grauitatis ipsius FABD, vtique habebitur; & quidem duplici modo. Primò ducendo per Q, & k, normales horizonti. Centrum erit in puncto sectionis. Secundò nectendo G, H, centra grauitatis parabolæ, & trilinei, & diuidendo lineam nectentem in ratione reciproca ipsorum.

Ex quo centro reperto, haud ignorabitur centrum grauitatis cylindrici recti super FABD, existentis.

PROPOSITIO III.

Si quælibet figura circa diametrum, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa conum latus rectanguli. Erit cylindrus ex parallelogrammo, ad solidum ex figura, vt linea se habens ad dimidium lateris parallelogrammi, quod est radius rotationis; vt parallelogrammum, ad figuram ad interceptam inter centrum rotationis, & centrum grauitatis figuræ.

Esto



ESto ABC, quælibet figura circa diametrum BD, cum rectangulo FC, sibi circumscripto quæ etiam cum ipso rotetur circa AC, vt BD, sit radius rotationis, & HD, eius dimidia. Sit N, centrum grauitatis figuræ, & sit OD, ad DH, vt FC, ad ABC. Dico cylindrum ex rectangulo FC, circa AC, esse ad solidum ex ABC, circa AC, vt OD, ad DN. Præsens propositio faciliter deducatur ex proposit. 3. vniuersalissima lib. 3. Ex illa enim proposit. est cylindrus ad solidum in ratione composita ex ratione FC, ad ABC, & HD, ad DN. Sed vt FC, ad ABC, sic OD, ad DH. Ergo & in ratione composita ex OD, ad DH, & DH, ad DN. Nempe vt OD, ad DN. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo ſi rectangulum F C, erit duplum figuræ A B C, erit cylindrus ad ſolidum, vt radius rotationis B D, ad ipſam DN.

SCHOLIVM I.

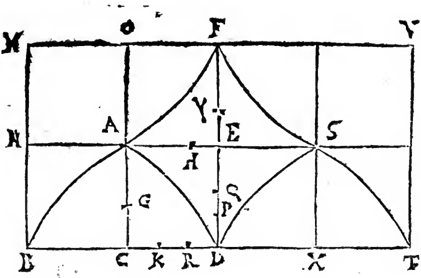
Ex dicta ergo doctrina faciliter eliciemus menſuram quatuor ſolidorum. Primo cogitemus primam quartam Lilij parabolici F A B D, cum rectangulo M D, rotari circa axim F D. Erit cylindrus M T, ad ſolidum B A F S T, vt duplus numerus parabolæ quaternario auctus, ad numerum parabolæ vnitate auctum. Sic enim ex propoſit. 2. eſt B D, ad D K.

Secundo rotatio fiat circa M B. Quia ex eadem propoſit. eſt D B, ad B k, vt duplus numerus quaternario auctus, ad numerum ternario auctum: ſic etiam erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum ex figura.

Tertio rotatio fiat circa B D. Iam ex propoſit. 1. eſt F D, ad D Q, vt quadruplus numerus binario auctus, ad numerum vnitate auctum. Ergo & ſic cylindrus ad ſolidum.

Quarto demum rotatio fiat circa M F. Cylindrus erit ad ſolidum, vt quadruplus numerus binario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum.

SCHO-



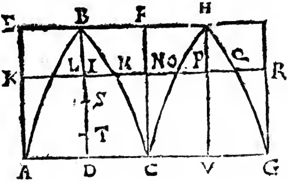
SCHOLIVM II.

Si super figura, & super rectangulo concipiantur cylindrici recti æquealti, secti vel plano diagonaliter transeunte per F D, & per latus oppositum ipsi M B: vel per B D, & per latus oppositum ipsi M F. Omnium truncorum cylindrici super F A B D, existentes, vtroque modo resecti, habebimus cubationes, ex doctrinis traditis in proposit. 10. lib. 2.

PROPOSITIO IV.

Si qualibet ex infinitis parabolis voluatur circa latus rectanguli sibi circumscripti axi parallelum. Erit solidum ex parabola, ad duplum conicum ex trilineo circa basim reuoluto, vt rectangulum sub numero parabolæ binario aucto, & sub numero parabolæ, ad vnitatem.

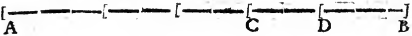
PArabola quælibet ABC, voluatur circa FC, latus rectanguli sibi circumscripti axi BD, parallelum. Dico solidum ABCHG, esse ad duplum conicum BCH, vt rectangulum sub numero parabolæ, & sub numero binario aucto, ad vnitatem. Nempe in pri. vt 3. ad 1. In sec. vt 8. ad 1. In ter. vt 15. ad 1. Et sic in infinitum. Nam ex conuerso coroll. pri. proposit. 11. lib 2. est solidum ABCHG, ad cylindrum EG, vt numerus parabolæ, ad numerum parabolæ vnitate auctum: nempe vt rectangulum sub numero parabolæ, & sub numero parabolæ binario aucto, ad rectangulum sub numero parabolæ vnitate aucto, & sub numero parabolæ binario aucto. Item ex sec. part. proposit. 15. citat. lib. est per conuersionem rationis, cylindrus BV, ad conicum BCH, vt rectangulum sub numero parabolæ vnitate aucto, & sub numero parabolæ binario aucto, ad binarium. Et ad duplum conicum BCH, vt dictum antecedens ad quaternarium. Ergo cylindrus EG, quadruplus cylindri BV, erit ad duplum conicum, vt



vt quadruplum antecedens, ad quaternarium. Nempe, vt vnicum antecedens, ad vnitatem. Ergo ex æquali, erit solidum ABCHG, ad duplum conicum BCH, vt rectangulum sub numero, & sub numero binario aucto, ad vnitatem. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Si quædam magnitudo secetur in quotcunque partes æquales. Quadratum aggregati ex omnibus, minus quadrato vnius, est æquale rectangulo sub aggregato omnium vna plus, & sub omnibus vna minus.



MAgnitudo AD, sit diuisa in quotcunque partes æquales, quarum vna DC, & ipsi sit æqualis BD. Dico quadratum AD, mi nus quadrato

CD,

CD, æquale esse rectangulo BAC, quod fit sub BA, aggregato omnium, vna plus, & AC, aggregato omnium, vna minus. Nam quadratum AD, æquatur quadratis AC, CD, & duobus rectangulis DCA; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo BCA; quod cum quadrato AC, facit rectangulum BAC. Ergo quadratum AD, æquatur rectangulo BAC, cum quadrato CD. Quo hinc inde ablato: rectangulum BAC, æquatur quadrato AD, minus quadrato CD. Quod &c.

PROPOSITIO VI.

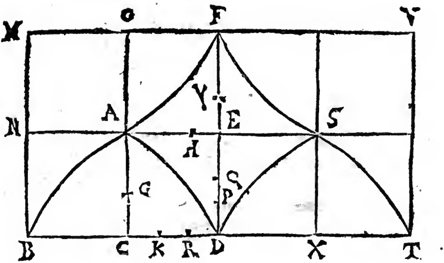
Centrum grauitatis solidi geniti ex reuolutione primæ quartæ Lilij circa axim, sic diuidit axim, vt pars ad verticem, sit ad reliquam, vt rectangulum sub duplo numero parabolæ vnitate aucto, & sub numero parabolæ vnitate aucto, vna cum rectangulo sub numero, & sub numero binario aucto, ad rectangulum sub numero, & sub numero vnitate aucto, vna cum quadrato vnitatis.

SIt BAFST, solidum genitum ex reuolutione primæ quartæ Lilij parabolici circa axim FD, & sit Q, eius centrum grauitatis. Dico FQ, ad QD, esse in dicta ratione. Nempe in primo, duplus numerus, vnitate auctus est 3. numerus vnitate auctus est 2. rectangulum 6. Rectangulum sub numero binario aucto, nempe sub 3. & sub numero, nempe sub 1. 3. Aggregatum rectangulorum 9. Pariter re-

rectangulum sub numero vnitate aucto, nempe sub 2. & sub numero 1. est 2. cum quadrato vnitatis 3. Ergo F Q, ad Q D, vt 9. ad 3. seù vt 3. ad 1. In secundo rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub duplo numero vnitate aucto est 15. Rectangulum sub numero, & sub numero binario aucto est 8. Aggregatum rectangulorum 23. Pariter rectangulum sub numero, & sub numero vnitate aucto 6. cum quadrato vnitatis, 7. Ergo est F Q, ad Q D, vt 23. ad 7. Et sic discurrendo.

Diuidatur E D, in P, vt sit E P, ad P D, vt numerus vnitate auctus, ad numerum. Ergo ex schol. proposit. 29. Miscell. Hyperb. punctum P, erit centrum grauitatis solidi B A D S T. Sed Q, est centrum grauitatis totius solidi B A F S T, & E, est centrum grauitatis solidi F A D S. Ergo erit reciprocè E Q, ad Q P, vt solidum B A D S T, ad solidum F A D S: nempe ex proposit. 4. vt rectangulum sub numero binario aucto, & sub numero, ad vnitatem. Tunc. Quoniam E P, est ad P D, vt numerus vnitate auctus, ad numerum: nempe (ducendo in numerum vnitate auctum) vt quadratum numeri vnitate aucti, ad rectangulum sub numero, & sub numero vnitate aucto. Ergo componendo, E D, seù F E, erit ad D P, vt quadratum numeri vnitate aucti, cum rectangulo sub numero, & sub numero vnitate aucto (nempe vt rectangulum sub duplo numero vnitate aucto, & sub numero vnitate aucto) ad rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub nume-

ro.



ro. Quorum ergo ED, vel FE, eſt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto; EP, eſt quadratum numeri vnitate aucti; & DP, rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero. Sed quorum EP, eſt quadratum numeri vnitate aucti, & ex propoſit. anteced. quadratum ipſius minus quadrato vnitatis, eſt æquale rectangulo ſub omnibus ſuis partibus vna plus, & ſub omnibus vna minus, nempe rectangulo ſub numero parabolæ binario aucto, & ſub numero: & EQ, eſt ad QP, vt dictum rectangulum, ad vnitatem. Ergo quorum EP, eſt quadratum numeri vnitate aucti, erit EQ, rectangulum ſub numero binario aucto,

cto, & ſub numero, & QP, vnitas, ſeù quadratum vnitatis. Sed talium erat FE, rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto. Ergo talium erit tota FQ, rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto, & rectangulum ſub numero binario aucto, & ſub numero. Pariter talium erat PD, rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto, & QP, quadratum vnitatis: vnde QD, eſt dictum rectangulum, cum quadrato vnitatis. Ergo erit FQ, ad QD, vt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub numero vnitate aucto, vnà cum rectangulo ſub numero binario aucto, & ſub numero, ad rectangulum ſub numero, & ſub numero vnitate aucto, vna cum quadrato vnitatis. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex Q, autem centro grauitatis ſolidi BAFST; ex E, centro grauitatis cylindri MT; & ex ratione ſolidi ad exceſſum cylindri ſupra ipſum, licebit reperire centrum grauitatis dicti exceſſus. Cumque dictus exceſſus ſit æqualis, ſed inuersè poſitus, ſolido genito, ex BAFD, reuoluta circa MB; etiam dicti ſolidi habebimus centrum grauitatis. Porrò hoc centrum non diuidit FD, vel MB, ſecundum aliquam pulchram ſeriem. In omni vero parabola licebit exprimere numero, in qua ratione ſecetur. V.g. in parabola quadratica. Quoniam, quorum FE,

erat 15. EQ, erat 8. Ergo quorum QE, est 5. Erit FE 9. $\frac{6}{8}$. Sed cum ex numero pri. schol. pri. propos. 3. sit diuidendo, excessus cylindri supra solidum ad solidum, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum; si fiat QE, ad EY, reciprocè, vt excessus cylindri supra solidum ad solidum; quorum QE, erit 5. talium EY, erit 3. & reliqua FY, 6. $\frac{3}{8}$. Cum verò talium sit FD, 18. $\frac{6}{8}$. Erit reliqua DY, 12. $\frac{3}{8}$. Est ergo FY, ad YD, vt 6. $\frac{3}{8}$. ad 12. $\frac{3}{8}$. nempe vt 17. ad 33.

SCHOLIVM II.

Cylindricus rectus conceptus super figura BAFD, & sectus plano diagonaliter transeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B, cum habeat suos truncos proportionaliter analogos cum dictis solidis ex BAFD, reuoluta circa FD: & circa MB: si hi appendantur secundum FD, in ipsa sciemus quænam sint ipsorum centra æquilibrij.

PROPOSITIO VII.

Si prima quarta Lilij Parabolici voluatur circa basim. Erit fusus parabolicus ex parabola, ad annulum strictum ex trilineo, vt quadratum numeri parabolæ, ad rectangulum sub numero duplo parabolæ vnitate aucto, & sub vnitate.

In

IN ſchemate poſito in pagina 145. FABD, rotetur circa baſim BD. Fuſus parabolicus ABSD, erit ad FADST, annulum ſtrictum ex trilineo FAD, vt dictum eſt. Nempe in prima, vt 1. ad 3. In ſec. vt 4. ad 5. In tertia, vt 9. ad 7. Et ſic in infinitum. Nempe, vt quadrata omnium numerorum, ad omnes numeros impares incipientes à ternario.

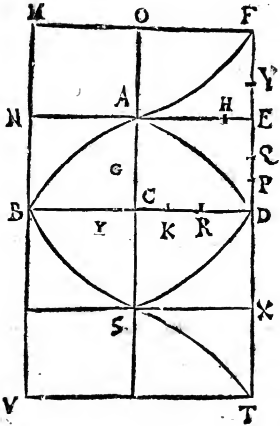
Nam, ex prim. parte propoſit. 14. lib. 2. conuertendo, eſt fuſus ABSD, ad cylindrum NX, vt quadratum numeri parabolæ, ad rectangulum ſub dimidio numeri parabolæ vnitate aucti, & ſub duplo numero parabolæ aucto vnitate: nempe ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero aucto dimidia vnitate. Ergo ad cylindrum MT, quadruplum cylindri NX, erit vt quadratum numeri, ad quadruplum dictum rectangulum: nempe ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub quadruplo numero binario aucto. Item cylindrus OT, eſt ad annulum FADST, ex coroll. 5. propoſit. 11. lib. 2. vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus MT, eius duplus, erit ad dictum annulum, vt duplus numerus binario auctus, ad vnitatem: nempe, vt numerus vnitate auctus, ad dimidium vnitatis: nempe, vt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub quadruplo numero binario aucto, ad rectangulum ſub quadruplo numero binario aucto, & ſub dimidio vnitatis: nempe ad rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate.

Quare ex æquali, erit fusus ad annulum, vt quadratum numeri, ad rectangulum sub duplo numero vnitate aucto, & sub vnitate. Cumque, quo ad numeros (licet diuersæ naturæ) idem numerus sit rectangulum sub duplo numero vnitate aucto, & sub vnitate, ac duplus numerus vnitate auctus. Erit fusus ad annulum, vt quadratum numeri, ad duplum numerum vnitate auctum.

PROPOSITIO VIII.

Centrum grauitatis solidi ex prima quarta Lilij parabolici reuoluta circa basim, sic diuidit ipsam, vt pars terminata ad curuam, sit ad reliquam, vt rectangulum sub numero parabolæ binario aucto, & sub numero vnitate aucto, vnà cum rectangulo sub vnitate, & sub duplo numero vnitate aucto, ad rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub vnitate, vnà cum quadrato numeri.

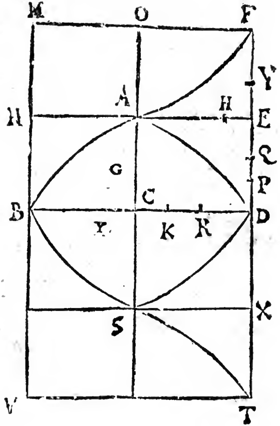
Esto FABST, solidum ortum ex reuolutione primæ quartæ Lilij parabolici FABD, circa basim BD; & sit BD, sic secta in K, vt K, sit centrum grauitatis solidi FABST. Dico, esse BK, ad KD, vt dictum fuit. Nempe in prima, vt 9. ad 3. In sec. vt 17. ad 7. In tertia, vt 27. ad 13. Et sic in infinitum. Sit R, centrum grauitatis annuli FADST. Ergo ex schol. proposit. 29. miscell. hyperb. erit CR, ad RD, vt numerus vnitate auctus, ad vnitatem: nempe, vt quadratum numeri parabolæ vnitate au-



cti, ad rectangulum ſub numero parabolæ vnitate aucto, & ſub vnitate. Et componendo, erit C D, ad ad D R, vt quadratum dictum, cum dicto rectangulo, ad dictum rectangulum: nempe vt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub vni-

vnitate. Quorum, ergo C D, vel B C, eſt rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto; D R, eſt rectangulum ſub vnitate, & ſub numero vnitate aucto; & C R, eſt quadratum numeri vnitate aucti. Cum verò k, ſit centrum grauitatis totius ſolidi, erit reciprocè C K, ad K R, vt annulus F A D S T, ad fuſum A B S D: nempe ex propoſit. anteced. conuertendo, vt rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, ad quadratum numeri parabolæ. Sed rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, vnà cum quadrato numeri, facit quadratum numeri vnitate aucti (quadratum enim numeri vnitate aucti, diuiditur in quadratum numeri, & in duplum rectangulum ſub numero, & ſub vnitate, & in quadratum vnitatis, quod cum dictis duobus rectangulis facit rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate.) Ergo quorum C R, eſt quadratum numeri vnitate aucti, & reliqua vt explicatum fuit, erit C K, rectangulum ſub duplo numero vnitate aucto, & ſub vnitate, & k R, quadratum numeri. B k, ergo compoſita ex B C, C k, erit rectangulum ſub numero binario aucto, & ſub numero vnitate aucto, cum rectangulo ſub vnitate, & ſub duplo numero vnitate aucto. Pariter k D, compoſita ex D R, R k, erit rectangulum ſub vnitate, & ſub numero vnitate aucto, vna cum quadrato numeri. Quod erat probandum.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Ex k, verò centro grauitatis solidi FABST; ex C, centro grauitatis cylindri MT; & ex ratione excessus cylindri supra solidum, ad ipsum solidum, poterit

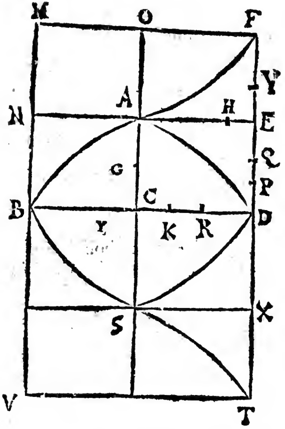
terit hauri in B D, centrum grauitatis dicti excessus. Qui cum sit æqualis solido orto ex rotatione F A B D, circa M F: etiam in M F, inuenietur centrum grauitatis dicti solidi. Hoc verò non secat nec B D, nec M F, secundum aliquam seriem ordinatam, quamuis numero exprimibilem. In parabola quadratica, quorum B C, est 12. C k, est 5. Ergo quorum C k, erit 7. talium B C, erit 16. $\frac{4}{7}$. Sed ex schol. 2. proposit. 1. colligitur, quod si fiat, vt excessus cylindri supra solidum ad solidum, sic K C, ad C Y, vt sit Y, centrum grauitatis dicti excessus, quorum K C, erit 7. talium C Y, erit 3. Ergo talium reliqua B Y, erit 13. $\frac{4}{7}$. Erit Ergo B Y, ad Y D, vt 13. $\frac{4}{7}$, ad 19. $\frac{4}{7}$. nempe, vt 23. ad 33.

SCHOLIVM II.

In ijsdem rationibus secabitur B D, a centris æquilibrij truncorum cylindrici super B A F D, existentis, ac resecti plano diagonaliter transeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto F, secundum B D, suspensorum.

SCHOLIVM III.

Explosis ijs, quæ attinent ad primam quartam Lilij parabolici, examinare nunc debemus ea, ad secundam quartam eiusdemmet Lilij spectantia: sed in hac sectione procedemus contrario modo, ac factum



ctum fuit in præcedenti. Nam in illa, ex centris æquilibrij figuræ repertis tam in axi, quam in basi, deduximus mensuras solidorum ex figura. Nunc indagabimus mensuras solidorum, & ex ipsis agnoscemus centra æquilibrij figuræ. Recogitet ergo lector, nos pro secunda quarta Lilij parabolici intelligere

figuram F A B D, in qua B A D, sint duæ semiparabolæ aptatis basibus A C, adeò vt B C, C D, sint ipsarum axes, & quibus accedant duo trilinea, quæ constituant trilineum F A D.

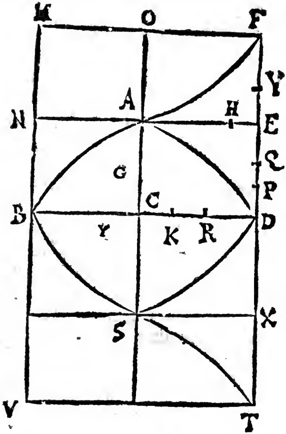
PROPOSITIO IX.

Si secunda quarta Lilij parabolici voluatur circa basim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ad solidum, vt quadruplus numerus parabolæ octonario auctus, ad numerum binario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum.

SEcunda quarta Lilij parabolici F A B D, voluatur circa basim B D, (sic enim ipsam vocabimus, quamuis sit diametri parabolarum, & F D, axim appellabimus) cum M D, rectangulo sibi circumscripto. Assero, cylindrum M T, esse ad solidum F A B S T, vt quadruplus numerus parabolæ octonario auctus, ad numerum binario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum. Nempe in prima, vt 12. ad 3. cum duobus dimidijs vnitatis: nempe ad 4. In secunda, vt 16. ad 4. cum $\frac{2}{3}$. In tertia, vt 20. ad 5. cum $\frac{2}{4}$. Et sic in infinitum.

Quoniam enim ex proposit. 15. lib. 2. est cylindrus N X, ad solidum B A D S, quod erit constans ex duobus conoidibus, vt numerus parabolæ auctus binario, ad numerum parabolæ. Ergo cylindrus

M T,



MT, quadruplus cylindri NX, erit ad dictum solidum, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad numerum. Pariter, quoniam ex coroll. 6 proposit. 11. cit. lib. est cylindrus OT, ad annulum FADST, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus MT, eius duplus, erit ad dictum an-

 nulum,

nulum, vt duplus numerus binario auctus, ad vnitatem: nempe, vt quadruplus numerus quaternario auctus, ad binarium. Sed cum quam proportionem habet quadruplus numerus quaternario auctus, ad binarium, eandem habeat quaternarium, ad vnicam partem binarij diuisi in tot partes quotus est numerus vnitate auctus: nempe ad duas partes vnitatis sic diuisæ. Erit & vt vnum antecedens, ad vnum consequens, sic ambo antecedentia, ad ambo consequentia: nempe, vt quadruplus numerus quaternario auctus, ad binarium, sic quadruplus numerus, octonario auctus, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum. Quare colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad solidum FABST, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad numerum binario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Ergo cylindrus erit ad excessum sui supra solidum, vt dictum antecedens, ad triplum numerum quinario auctum, vnà cum reliquis partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum, duabus ablatis. Nempe in prima, vt 12. ad 8. In sec. vt 16. ad 11. $\frac{1}{3}$. In tertia, vt 20. ad 14. $\frac{2}{4}$. Et sic in infinitum. Et diuidendo, erit excessus cylindri supra solidum ad soli-

solidum, vt triplus numerus quinario auctus, vnà cum illis partibus vnitatis, ad numerum binario auctum, cum illis duabus partibus vnitatis.

Cum verò excessus cylindri supra solidum æqualis sit illi oriundo ex reuolutione F A B D, circa M F: eandem rationem habet cylindrus ad illud solidum, quam ad excessum: & solidum ex B A F D, circa M F, erit ad solidum circa B D, in dicta ratione.

Sed cum diuisa F D, in Q, à centro æquilibrij figuræ F A B D, appensæ secundum F D, sit F Q, ad Q D, vt solidum figuræ circa M F, ad solidum figuræ circa B D, ex proposit. 4. lib. 3. Sequitur, centrum æquilibrij secundæ quartæ Lilij F A B D, appensæ secundum axim F D, ità secare ipsum, vt F Q, sit ad Q D, vt triplus numerus parabolæ quinario auctus, vnà cum reliquis partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum, ablatis duabus, ad numerum binario auctum, vnà cum reliquis duabus partibus vnitatis sic diuisæ.

SCHOLIVM II.

Sed ex dictis, non solum deducemus explicata, sed etiam alia. Nam primò, ex mensura cylindri ad ipsa solida, deducemus cubationes truncorum cylindrici recti existentis super F A B D, ac resecti plano diagonaliter transeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto F.

Secundò, duplicata figura in B A F S T, & ipsa reuo-

reuoluta tam circa V T, quam circa ipsi parallelam vtcunque distantem, vt generentur annuli strictus, & latus. Horum annulorum siue in V T, siue in illi parallela habebimus centra grauitatis.

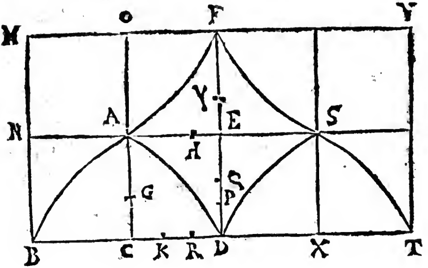
Tertiò, mente intellecta duplicata figura ad partes M B, & facta reuolutione, vel circa F D, vel circa sæpe explicatam parallelam. Nihilominus annulorum genitorum habebimus centra grauitatis. Sed cum hæc facilè possint intelligi ex sæpe sæpius decantatis, sufficiat nobis ipsa indicasse.

PROPOSITIO X.

Si secunda quarta Lilij parabolici voluatur circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ad solidum, vt octuplus numerus parabolæ octonario auctus, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum vnica parte vnitatis diuisæ in tot partes, quotus est duplus numerus vnitate auctus.

SEd secunda quarta Lilij B A F D, voluatur circa axim F D. Dico cylindrum M T, esse ad solidum B A F S T, in dicta ratione. Nempe in prima parabola, vt 16. ad 5. $\frac{1}{3}$. In secunda, vt 24. ad 9. $\frac{1}{5}$. In tertia, vt 32. ad 13. $\frac{1}{7}$. Et sic in infinitum.

Cylindrus N T, est ad annulum B A D S T, ex coroll. 2. proposit. 11. lib. 2. vt numerus vnitate auctus, ad numerum. Ergo cylindrus M T, duplus cylindri N T, erit ad dictum annulum, vt duplus numerus



merus binario auctus, ad numerum: nempe, vt octu-plus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum. Ex schol. 3. proposit. 14. eiusdem libri, est cylindrus OX, ad solidum FADS, vt duplus numerus vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus MT, quadruplus cylindri OX, erit ad dictum solidum, vt octuplus numerus quaternario auctus, ad vnitatem. Cum verò sit, vt octuplus numerus quaternario auctus, ad vnitatem, sic quaternarium, ad vnicam partem vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum; erit & vt vnum antecedentium, ad vnum consequentium, sic omnia antecedentia, ad omnia consequentia. Quare erit, vt octu-

octuplus numerus quaternario auctus, ad vnitatem; sic octuplus numerus octonario auctus, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum. Quare etiam cylindrus M T, erit ad solidum F A D S, vt octuplus numerus octonario auctus, ad vnitatem, cum vnica parte vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum. Et colligendo ambo consequentia, erit cylindrus M T, ad solidum B A F S T, vt octuplus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum sæpe dicta parte vnitatis. Quod erat ostendendum.

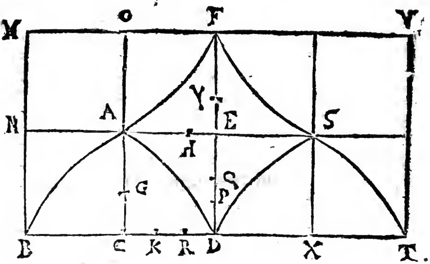
SCHOLIVM I.

Cylindrus ergo ad excessum sui supra solidum, erit vt octuplus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum senario auctum, vna cum reliquis partibus vnitatis. Nempe in prima, vt 16. ad 10. $\frac{2}{3}$. In sec. vt 24. ad 14. $\frac{4}{5}$. In tertia, vt 32. ad 18. $\frac{6}{7}$. Et sic in infinitum.

Ast prædictus excessus æquatur solido, quod orietur ex reuolutione F A B D, circa M B. Ergo cylindrus erit ad præfatum solidum in antedictis rationibus.

Solidum etiam ex F A B D, circa M B, erit ad solidum ex eadem circa F D, vt quadruplus numerus senario auctus, vnà cum illis partibus vnitatis, ad

qua-



quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum dicta parte vnitatis.

Porrò ex proposit. 4. lib. 3. de Infinit. parabol. existente k, centro æquilibrij figuræ B A F D, appensæ secundum B D, est B k, ad K D, vt solidum ex figura circa M B, ad solidum ex figura circa F D. Ergo & B K, erit ad K D, vt quadruplus numerus senario auctus, vnà cum illis partibus vnitatis, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum illa vnica parte vnitatis.

SCHOLIVM II.

Cylindrus rectus super BAFD, existens secetur plano diagonaliter transeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B. Trunci cylindrici erunt cubati.

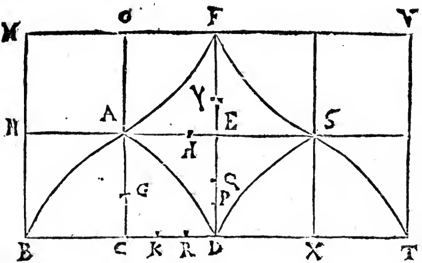
Figura FABD, sit duplicata in FABST, In schemate posito pagina 251. & intelligatur rotari circa MF. Annuli stricti geniti dabitur in MF, centrum grauitatis. Quod si rotaretur circa aliam MF, parallelam, vt generaretur annulus latus: non per hoc ignoraretur annuli lati centrum grauitatis.

FABD, sit duplicata ad partes MF, & rotatio duplicatæ figuræ fiat vel circa BD, vel circa aliam parallelam, &c. Vtrorumque annulorum, nempe & stricti,& lati habebimus centra grauitatis.

PROPOSITIO XI.

Si quælibet duplicata semiparabola circa basim voluatur circa latus rectanguli circumscripti basi parallelum. Erit annulus ex duplicata semiparabola, ad duplum conicum ex trilineo, vt quadruplus numerus parabolæ, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum.

Du-



DVplicata semiparabola ABD, circa basim AC, cum duplicato trilineo FAD, rotetur circa FD. Dico annulum BADST, esse ad solidum FADS, vt dictum fuit. Nempe in prima, vt 4. ad 1. $\frac{1}{3}$. In sec. vt 8. ad 1. $\frac{1}{3}$. In tertia, vt 12. ad 1. $\frac{1}{3}$. Et sic discurrendo.

Annulus BADST, est ad cylindrum NT, ex coroll. 2. proposit. 11. lib. 2. vt numerus parabolæ, ad numerum vnitate auctum: seu vt quadruplus numerus parabolæ, ad quadruplum numerum quaternario auctum. Item ex schol. 3. proposit. 14. eiusd. libri, est cylindrus AX, ad conicum ADS; seu cylindrus OX, ad solidum FADS, vt duplus nume-

 rus

rus vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo cylindrus NT, duplus cylindri OX, erit ad solidum FADS, vt quadruplus numerus binario auctus, ad vnitatem. Porrò, vt quadruplus numerus binario auctus, ad vnitatem, sic est binarium, ad duas partes vnitatis diuisæ secundum quadruplum numerum binario auctum: quibus partibus æquatur vnica pars vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum. Ergo & vt vnum antecedentium, ad vnum consequentium, sic ambo antecedentia, ad ambo consequentia. Erit ergo, vt quadruplus numerus binario auctus, ad vnitatem; nempe ex dictis, vt cylindrus NT, ad solidum FADS, sic quadruplus numerus auctus quaternario, ad vnitatem, cum vnica parte vnitatis sectæ secundum duplum numerum vnitate auctum. Sed erat etiam annulus BADST, ad cylindrum NT, vt quadruplus numerus, ad quadruplum numerum quaternario auctum. Ergo ex æquali, erit BADST, ad solidum FADS, vt quadruplus numerus, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum.

PROPOSITIO XII.

Centrum grauitatis solidi ex secunda quarta Lilij parabolici circa axim reuoluta centrum grauitatis assignare in axi.

Se-

SEcunda quarta Lilij parabolici B A F D, rotetur circa F D. Oportet solidi B A F S T, in F D, centrum grauitatis assignare. Secetur E D, in P, vt sit E P, ad P D, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Ergo ex schol. proposit. 29. miscell. hyperb. pag. 102. erit P, centrum grauitatis annuli. Item secetur E P, in Q, vt sit E Q, ad Q P, vt quadruplus numerus, ad vnitatem, vnà cum vnica parte vnitatis sectæ secundum duplum numerum vnitate auctum: nempe reciprocè, ex proposit. antecedent. vt annulus B A D S T, ad solidum F A D S. Ergo erit inuentum Q, centrum grauitatis solidi B A F S T. Hoc ergo secat E D, dimidiam F D, prius in P, vt sit E P, ad P D, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum: deinde sic E P, in Q, vt sit E Q, ad Q P, vt quadruplus numerus, ad vnitatem, cum vnica parte vnitatis sectæ secundum duplum numerum vnitate auctum.

SCHOLIVM I.

Nescimus F D, secari à Q, secundum aliquam seriem ordinatam. In numeris verò poterit in quolibet tali solido assignari ratio F Q, ad Q D. Sed quomodo hæc sit indaganda experiatur lector.

Sicuti cum facilè possit percipere ex centro Q, solidi B A F S T; ex E, centro cylindri M T; & ex ratione excessus cylindri supra solidum, ad ipsum solidum, posse assignari in F D, centrum grauitatis

dicti

dicti excessus: & consequenter in MB, centrum grauitatis solidi ex FABD, reuoluta circa MB, quod omniquaque æquatur dicto excessui, à quo solum discrepat, quia est inuersè possitum: videat ipse, quomodo hoc in numeris possit indagari.

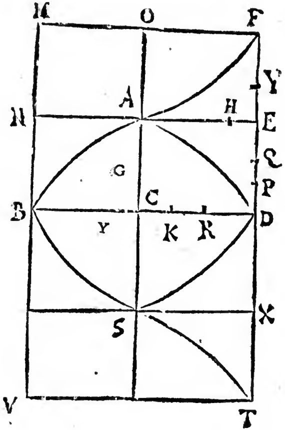
SCHOLIVM II.

Cylindricus rectus super BAFD, existens, & sectus diagonaliter plano transeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B, est quoad suos truncos proportionaliter analogus cum solidis ex BAFD, reuoluta tam circa FD, quam circa MB, ex sæpe dictis. Ergo etiam truncorum dicti cylindrici secundum FD, appensorum, erunt indagata in FD, centra æquilibrij.

PROPOSITIO XIII.

Si secunda quarta Lilij parabolici rotetur circa basim. Erit duplicatum conoides ex duplicata semiparabola, ad annulum ex trilineo, vt numerus parabolæ, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum.

SEcunda quarta Lilij parabolici FABD, rotetur circa BD, vt fiat solidum FABST. Dico solidum BADS, quod erit duplicatum conoides, esse ad solidum FADST, in dicta ratione. Non-



Nempe in pri. vt 1. ad 2. $\frac{1}{3}$. nempe ad 3. In sec. vt 2. ad 2. $\frac{2}{3}$. In tertia, vt 3. ad 2. $\frac{2}{3}$. Et sic in alijs. Ex proposit. 15. lib. 2. est conuertendo, duplicatum conoides ABSD, ad cylindrum NX, vt numerus parabolæ, ad numerum binariò auctum. Ex coroll. 6. proposit. 11. eiusd. lib. est cylindrus OT, ad solidum

dum FADST, vt numerus vnitate auctus, ad vnitatem: nempe vt duplus numerus binario auctus, ad binarium. Ergo cylindrus dimidium cylindri OT, nempe cylindrus NX, erit ad solidum FADST, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Sed cum sit vt numerus vnitate auctus, ad binarium, sic vnitas ad duas partes vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum. Ergo & vt vnum antecedentium, ad vnum consequentium, sic ambo antecedentia, ad ambo consequentia. Ergo vt numerus vnitate auctus, ad binarium, nempe vt cylindrus NX, ad solidum FADST, sic numerus binario auctus, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum. Erat autem supra duplicatum conoides BADS, ad cylindrum NX, vt numerus, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit BADS, ad FADST, vt numerus, ad binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum. Quod &c.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis solidi ex secunda quarta Lilij parabolici circa basim reuoluta, centrum grauitatis assignare in basi.

SOlidi FABST, sit assignandum centrum, &c. Secetur CD, in R, vt sit CR, ad RD, vt tri-

triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Ex schol. proposit. 29. Miscell. hyperb. pag. 104. erit R, centrum grauitatis solidi FADST. Diuidatur CR, in K, vt sit CK, ad KR, vt binarium, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundùm numerum vnitate auctum, ad numerum: nempe ex proposit. anteced. conuertendo, reciprocè, vt solidum FADST, ad BADS. Ergo erit inuentum K, centrum grauitatis solidi FABST. k, ergo centrum dictum secat CD, dimidiam BD, prius sectam in R, vt sit CR, ad RD, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum: deinde sic CR, in k, vt sit CK, ad kR, vt binarium, cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum, ad numerum.

SCHOLIVM I.

Sed nec etiam in præsenti solido scimus assignare aliquam seriem ordinatam proportionis Bk, ad kD. In qualibet tamen parabola ratio est numero exprimibilis: sed circa modum expressionis, lector se ipsum exerceat.

Sicuti poterit experiri in qua ratione numericè secetur BD, à centro grauitatis excessus cylindri MT, supra solidum FABST. Quod solidum cum sit omniquaque æquale, licet contrario modo situm, solido orto ex reuolutione BAFD, circa MF: po-

Ll teiit

terit etiam experiri in qua ratione secetur MF, à tali centro.

SCHOLIVM II.

Ex dictis autem sciemus consequenter quomodo secetur BD, à centro æquilibrij truncorum cylindrici recti super BAFD, existentis, & secti plano diagonaliter transeunte per BD, & per latus erectum à puncto F: quia dicti trunci sunt proportionaliter analogi cum solidis ex quarta circa BD, MF, reuoluta.

DE

DE QVARTIS LILIORVM PARABOLICORVM, ET CYCLOIDALIVM.

SECTIO SECVNDA.

EX qualibet figura circa diametrum in altera parte deficiente, atque ad punctum terminante possunt formari quartæ Liliorum. Huiuscemodi indolis ipsa etiam cyclois existit: quare ipsa etiam potest sic considerari. Si ergo cogitemus BAD, esse cycloidem, cuius axis AC, basis BD, cui cycloidi accedant trilinea FAE, EAD. FABD, erit prima quarta Lilij cycloidalis, quæ etiam erit dimidium rectanguli MD, sibi circumscripti; eius axis erit FD; basis BD; & ipsius tam appensæ secundum FD, quam secundum BD, poterimus assignare ex dictis in primo tractatu sect. 3. centra æqui-

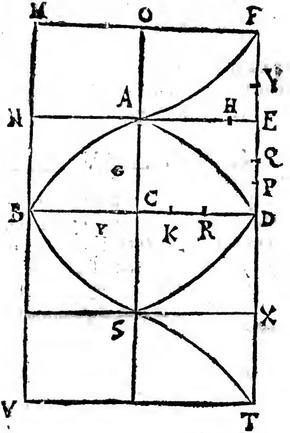
librij. Omnia nos explicabimus, ordinem sequentes, quem faciliorem agnoscemus.

PROPOSITIO XV.

Si prima quarta Lilij cycloidalis rotetur circa basim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex quarta, vt dupla basis cycloidis, ad subsesquitertiam basis semicycloidis, vnà cum semidiametro semicirculi genitoris, & cum dimidio excessus differentiæ inter quartam partem basis cycloidis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & octauam partem basis.

PRima quarta Lilij cycloidalis FABD, cum rectangulo MD, rotetur circa BD, basim cycloidis BAD. Dico cylindrum MT, esse ad solidum FABST, vt dupla BD, (nempe duplus arcus circuli genitoris) ad subsesquitertiam CD, vnà cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter dimidiam CD, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & quartam partem CD.

Ex proposit.43. tract. 1. est cylindrus NX, ad fusum cycloidalem ABSD, vt CD, ad quartam partem CD, cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus. Ergo cylindrus MT, prioris quadruplus, erit ad fusum cycloidalem, vt quadrupla CD, nempe dupla BD, ad quartam partem CD, &c. Pariter



ter ex coroll. 7. proposit. 11. lib. 2. est cylindrus O T, ad solidum F A D S T, vt 4. ad 1. Ergo cylindrus M T, O T, duplus, erit ad dictum solidum, vt 8. ad 1. nempe vt dupla B D, ad dimidiam C D. Quare cylindrus M T, erit ad ambo consequentia, nempe ad solidum F A B S T, vt dupla B D, ad subsesqui-

ter-

tertiam CD, vnà cum semidiametro, & cum dimidio illius explicati excessus. Quod &c.

COROLLARIVM.

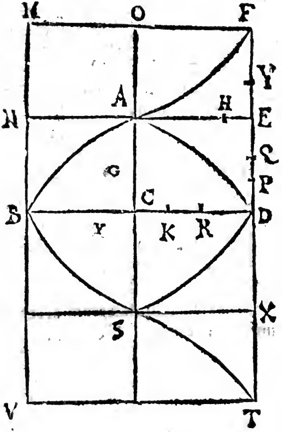
Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra solidum, vt dupla BD, ad sui excessum supra dictum consequens.

SCHOLIVM I.

Sed hæc quæ dicta fuere videntur aptius posse explicari. Dicendo nimirum, esse cylindrum ad solidum, vt dupla circumferentia circuli genitoris, seu octuplus arcus quadrantis, ad sesquialterum arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Quæ omnia patebunt attentè consideratis antecedentibus.

Quare poterimus concludere per conuersionem rationis, esse cylindrum MT, ad sui excessum supra solidum FABST, vt octuplus arcus quadrantis, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus.

Diuidendo ergo, erit excessus cylindri supra solidum, ad ipsum solidum, vt quintuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum dicta differentia, minus dimidio



midio illius excessus ; ad sesquialterum arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio illius excessus.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Porrò exceſſus cylindri MT, ſupra ſolidum FABST, eſt æqualis ſolido, quod orietur ex reuolutione FABD, circa MF. Quare ſciemus etiam eſſe in antedicta ratione ſolidum ex FABD, circa MF, ad ſolidum ex eadem circa BD.

Cumque ex propoſit. 4. lib. 3. ſi Q, ſit centrum æquilibrij quartæ FABD, appenſæ ſecundum FD, ſit FQ, ad QD, vt ſolidum ex quarta circa MF, ad ſolidum ex eadem circa BD. Erit FQ, ad QD, vt quintuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio exceſſus dictæ differentiæ, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſeſquialterum arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus.

SCHOLIVM III.

Reuoluta duplicata quarta FABST, circa VT, annulus ex FABD, circa VT, qui ex propoſit. 30. miſcell. hyperb. eſt æqualis duobus ſolidis ex FABD, circa BD, & vni circa MF, erit ad ſolidum ex DBST, circa VT, vt nonuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus, ad quintuplum cum dimidio

arcus

arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus.

SCHOLIVM IV.

Duplicata quarta BAFD, in BAFST, in sche. seq. rotetur circa VT, vel circa aliam ab ipsa vtcunque distantem ipsi parallelam. Centra grauitatis annulorum genitorum secabunt VT, vel aliam, vt secatur FD, à centro æquilibrij quartæ FABD, appensæ secundum FD. Ergo habebimus centra grauitatis dictorum annulorum.

Idem intelligatur si quarta FABD, sit duplicata ad partes MB, & rotatio fiat vel circa FD, vel circa aliam parallelam, vt fiant annuli strictus, & latus. Hæc omnia clara sunt ex multis exemplis supra positis.

Sicuti clarum est, quod si super FABD, intelligatur cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F; clarum inquam est, dari cubationes truncorum dicti cylindrici.

PROPOSITIO XVI.

Si prima quarta Lilij cycloidalis rotetur circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex quarta, vt quadratum basis, ad qua-

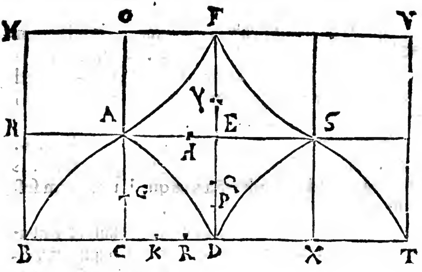
Mm *dra-*

dratum semibasis, cum subsesquitertio eiusdem, minus sesquitertio quadrati semidiametri circuli genitoris,

QVarta F A B D, cum rectangulo M D, rotetur circa F D. Dico M T, cylindrum, esse ad solidum B A F S T, vt quadratum B D, ad quadratum C D, cum subsesquitertio quadrati C D, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

Nam cylindrus A X, est ad solidum A D S: nempe cylindrus O X, ad solidum F A D S, ex coroll. proposit. 50 tract. 1. vt quadratum C D, ad quadratum dimidiæ C D, seù arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Ergo cylindrus M T, quadruplus cylindri O X, erit ad solidum F A D S, vt quadruplum quadratum C D, seù quadratum B D, ad quadratum arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Item, quoniam ex coroll. 4. proposit. 11. lib. 2. est cylindrus N T, ad annulum B A D S T, in ratione sesquitertia; erit cylindrus M T, ad dictum annulum, vt quadratum B D, ad tria octaua eiusdem: nempe ad sesquialterum quadrati C D (quia quadratum C D, est quarta pars quadrati B D, nempe duæ octauæ partes.) Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus M T, ad solidum B A F S T, vt quadratum B D, ad sesquialterum quadrati C D, cum quadrato arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Sed quadratum arcus quadrantis, cum dimidio quadrati C D (nempe cum duplo quadrato

arcus



arcus quadrantis) facit ſubſeſquitertium quadrati CD. Ergo à primò ad vltimum, erit cylindrus ad ſolidum, vt quadratum BD, ad quadratum CD, cum ſubſeſquitertio quadrati CD, minus ſeſquitertio quadrati ſemidiametri. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuerſionem rationis, erit cylindrus ad ſui exceſſum ſupra ſolidum BAFST, vt quadratum BD, ad duplum quadratum CD, cum quarta parte quadrati CD, & cum ſeſquitertio quadrati ſemidiametri.

SCHOLIVM I.

Aptius ergo explicabimus asserendo, cylindrum MT, esse ad solidum BAFST, vt quadratum circumferentiæ, seù 16. quadrata arcus quadrantis, ad 7. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

Et per conuersionem rationis, esse cylindrum ad excessum supra illud solidum, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 9. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri.

Et diuidendo, esse excessum ad solidum, vt 9. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad 7. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

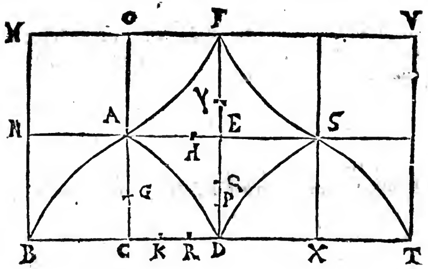
SCHOLIVM II.

Porrò cum excessus dictus æquetur solido orto ex reuolutione ipsius FABD, circa MB. Erit hoc solidum, ad ipsum BAFST, in dicta ratione.

Quod si BAFD, quarta sit appensa secundum BD, in k. Erit BK, ad KD, etiam in dicta ratione, ex proposit. 4. lib. 3.

SCHOLIVM III.

Quod si intelligamus duplicatam quartam BAFST,



B A F S T, rotari circa V T, erit annulus ex BAFD, ad solidum ex D F S T, vt 23. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri, ad 9. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri.

SCHOLIVM IV.

Quarta F A B D, duplicetur in F A B S T, & fiat rotatio ipsius vel circa M F, vel circa illi parallelam extra ipsam. M F, vel illi parallela secabitur à centro grauitatis annuli, vt secatur B D, in K.

Idem intelligatur si quarta duplicetur ad partes MF,

MF, & rotatio fiat vel circa BD, vel circa illi parallelam.

Si verò ſuper FABD, ſit cylindricus rectus ſectus plano diagonali per FD, & per latus oppoſitum ipſi MB. Truncorum cylindrici habebimus cubationes.

SCHOLIVM V.

Centrum grauitatis quartæ BAFD, poteſt reperiri, tùm ducendo per k, & Q, normales &c. Tùm nectendo GH, & ipſam diuidendo, vt pars terminata ad H, ſit ad reliquam vt 3. ad 1. Vt manifeſtè patet. Sicuti non minus eſt clarum ex his haberi centrum grauitatis cylindrici recti ſuper BAFD, exiſtentis.

PROPOSITIO XVII.

Centrum grauitatis ſolidi ex prima quarta Lilij cycloidalis circa axim reuoluta aſſignare.

Diuidatur ED, in P, vt ſit EP, ad PD, vt arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio exceſſus differentiæ inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, ſupra differentiam inter ſemidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad ſemidiametrum, cum dimidio arcus quadrantis, & cum dimidio illius exceſſus, vt ſit P, ex propoſit. 47. tractat.

ctat. 1. centrum grauitatis annuli BADST. Item diuidatur EP, in Q, vt sit EQ, ad QP, reciprocè, vt annulus BADST, ad solidum AFSD: nempe vt sextuplum quadratum arcus quadrantis, ad quadrantum arcus quadrantis; minus sesquitertio quadrati semidiametri, vt colligitur ex progressu demonstrationis proposit. antecedent. Ergo erit inuentum Q, centrum grauitatis solidi BAFST.

SCHOLIVM.

Habitis Q, centro grauitatis solidi BAFST; E, centro grauitatis cylindri MT; & ratione excessus cylindri supra solidum, ad ipsum solidum: habebimus etiam centrum grauitatis dicti excessus. Et consequenter solidi ex FABD, circa MB, vtpotè æqualis & similis excessui prædicto. Quod indicasse sufficiat. Sicuti sufficiat indicare, ex dictis, haberi etiam in FD, centra æquilibrij truncorum cylindrici recti existentis super FABD, secti diagonaliter plano transeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B, appensorum secundum ipsam FD.

PROPOSITIO XVIII.

Centrum grauitatis solidi ex dicta quarta circa basim reuoluta assignare.

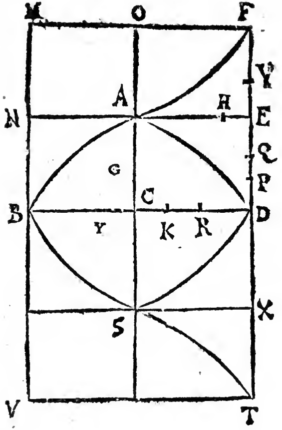
Di-

Diuidatur CD, in R, vt sit CR, ad RD, vt quadratum arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad quadratum arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Ergo ex numero 8. schol. proposit. 50. tract. 1. erit R, centrum grauitatis solidi FADST, orti ex rotatione FAD, circa CD. Item diuidatur CR, in k, vt sit Rk, ad kC, reciprocè, vt solidum ABSD, ad solidum FADST; nempe, vt quarta pars CD, cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter dimidiam CD, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & quartam partem CD, ad dimidiam CD, vt colligitur ex progressu demonstrationis proposit. 15. Ergo erit inuentum K, centrum grauitatis solidi FABST.

SCHOLIVM I.

Pariter datis C, centro grauitatis cylindri MT: k, centro dicto: & ratione excessus cylindri MT, supra solidum, ad ipsum solidum. Dabitur etiam centrum grauitatis illius excessus. Vndè & solidi ex FABD, reuoluta circa MF. Item si super FABD, sit cylindricus rectus sectus diagonaliter plano transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F. In BD, dabuntur centra æquilibrij truncorum dicti cylindrici iuxta BD, appensorum. Quæ leuiter tetigisse sufficiat.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Ad inſtar aliarum figurarum ſupra conſiderata-rum, A B D, ſit figura conſtans ex duabus ſemicycloidibus ſic diſpoſitis, vt A C, ſint baſes aptatæ, &

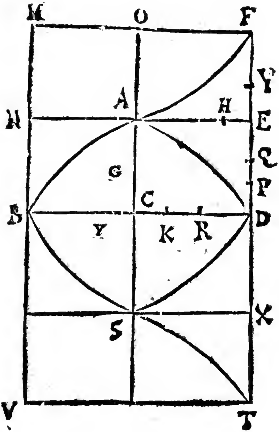
Nn B C,

BC, CD, sint axes ipsarum semicycloidum, & insuper sint duo trilinea FAD. Superiorum ad instar tota figura FABD, vocabitur secunda quarta Lilij cycloidalis; FD, eius axis; BD, basis. Huius quartæ curabimus deinceps tradere cognitionem aliquam: assignantes & mensuras, & centra grauitatis quorundam solidorum ex ipsa genitorum. Ipsam namque esse dimidium rectanguli MD, sibi circumscripti; & ipsius tam appensæ secundum FD, quam secundum BD, posse assignari centra æquilibrij, ex dictis in primo tractatu sect. 3. est manifestissimum ijs, qui superiora à nobis tradita inspexerunt. Hæc tamen omnia statim docebimus.

PROPOSITIO XIX.

Si secunda quarta Lilij cycloidalis rotetur circa basim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit rectangulum ex cylindro, ad solidum ex quarta, vt quadruplum quadratum basis semicycloidis, ad sesquiquartum quadrati dictæ basis, minus sesquitertio quadrati semidiametri semicirculi genitoris.

Secunda quarta Lilij cycloidalis FABD, cum rectangulo MD, sibi circumscripto rotetur circa BD, &c. Dico cylindrum MT, esse ad solidum FABST, vt quadruplum quadratum AC, ad sesquiquartum quadrati AC, minus subsesquitertio quadrati semidiametri circuli genitoris. Cylin-



lindrus NX, est ad solidum ABSD, ex proposit. 49. & ex schol. 1. proposit. 54. tract. 1. vt quadratum AC, ad subsesquitertium quadrati AC, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Quare cylindrus MT, eius quadruplus, erit ad illud solidum, vt 4. quadrata AC, ad illud consequens. Item ex co-

roll. 7. proposit. 11. lib. 2. est cylindrus OT, ad solidum FADST, vt 4. ad 1: nempe, vt duplum quadrati AC, ad dimidium quadrati AC. Quare cylindrus MT, prioris duplus, erit ad solidum FADST, vt quadruplum quadratum AC, ad dimidium quadrati AC. Colligendo ergo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad totum solidum FABST, vt quadruplum quadratum AC, ad subsesquitertium quadrati AC, vnà cum eius dimidio, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Porrò subsesquitertium quadrati AC, cum dimidio quadrati AC, facit sesquiquartum quadrati AC. Quare patet propositum.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra solidum, vt quadruplum quadratum AC, ad duplum quadratum AC, vnà cum subsesquitertio quadrati AC, & cum sesquitertio quadrati semidiametri.

SCHOLIVM I.

Etiam ergo nunc supra dicta aptius explicabuntur, asserendo, cylindrum MT, esse ad solidum FABST, vt quadratum circumferentiæ circuli genitoris, seù 16. quadrata arcus quadrantis, ad sesquiquartum quadrati circumferentiæ semicirculi, seù

5. qua-

5. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

Et per conuersionem rationis, erit dictus cylindrus ad sui excessum supra solidum, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 11. talium quadratorum, vnà cum sesquitertio quadrati semidiametri.

Quare diuidendo, erit excessus cylindri supra solidum, ad ipsum solidum, vt 11. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad 5. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

SCHOLIVM II.

Ast excessus dictus æquatur omniquaque solido, quod orietur ex reuolutione FABD, circa MF. Quare tale solidum, erit ad primum in antedicta ratione.

Cum verò ex proposit.4. lib. 3. existente Q, centro æquilibrij quartæ FABD, appensæ secundum FD, sit FQ, ad QD, vt solidum circa MF, ad solidum circa BD. Erit FQ, ad QD, vt 11. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad 5. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

SCHOLIVM III.

FABST, duplicata quarta FABD, reuoluta cir-

circa V T, ex proposit. 3. miscell. hyperbol. æquatur illis quatuor solidis sæpè dictis. Quare annulus ex quarta F A B D, reuoluta circa V T, erit ad solidum ex quarta D B S T, pariter rotata circa V T, vt 21. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri, ad 11. quadrata arcus quadrantis, vnà cum sesquitertio quadrati semidiametri.

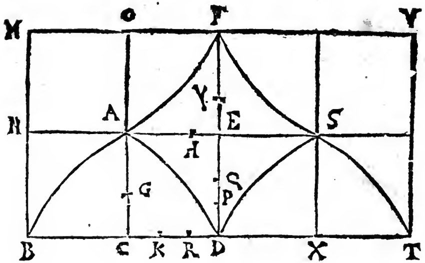
SCHOLIVM IV.

Quarta B A F D, sit duplicata circa axim F D, in B A F S T, & intelligatur rotari, vel circa V T, vel circa aliam ab V T, quomodolibet distantem, & ipsi parallelam. Certum est duplicatam quartam extare proportionaliter analogam cum annulis prædictis. Quare in V T, vel in alia extra ipsa habebimus centra grauitatis annulorum.

Idem intelligendum venit si quarta F A B D, esset duplicata ad alteram partem M B, & rotatio fieret vel circa F D, vel circa dictam extra ipsam ductam, ipsique parallelam.

Facilè etiam ex superioribus percipietur, quod si super quarta F A B D, extet cylindricus rectus, sectus plano diagonaliter transeunte per B D, & per latus oppositum ipsi M F: facilè inquam percipietur, dari cubationes truncorum præfati cylindrici.

PRO-



PROPOSITIO XX.

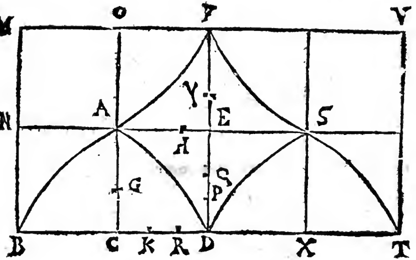
Si secunda quarta Lilij cycloidalis rotetur circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto. Erit cylindrus ex rectangulo, ad solidum ex quarta, vt octuplus arcus quadrantis, ad triplum arcum quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

SEcunda quarta F A B D, rotetur cum M D, circa F D. Dico esse cylindrum M T, ad solidum BAFST,

BAFST, in dicta ratione. Cylindrus namque OX, est ad solidum FADS, ex corol. prop. 44. trac. 1. vt basis semicycloidis (nempe arcus semicirculi) ad differentiam inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Ergo cylindrus MT, quadruplus OX, erit ad idem solidum, vt quadruplus arcus semicirculi: nempe octuplus arcus quadrantis, ad idem consequens. Pariter ex coroll. 4. proposit. 11. lib. 2. est cylindrus NT, ad solidum BADST, in ratione sesquitertia: nempe vt 4. arcus quadrantis, ad 3. arcus quadrantis. Ergo cylindrus MT, prioris duplus, erit ad idem solidum, vt octuplus arcus quadrantis, ad triplum arcus quadrantis. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus MT, ad totum solidum BAFST, vt octuplus arcus quadrantis, ad triplum arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo per conuersionem rationis, erit cylindrus ad sui excessum supra solidum, BAFST, vt octuplus arcus quadrantis, ad quadruplum arcus quadran-



drantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus.

SCHOLIVM I.

Aſt cum exceſſus dictus æquetur ſolido ex BAFD, reuoluta circa MB. Erit cylindrus ad hoc ſolidum in dicta ratione. Quare colligemus etiam, eſſe ſolidum ex BAFD, circa MB, ad ſolidum ex eadem circa FD, vt quadruplus arcus quadrantis, cum ſemidiametro, & cum dimidio dicti exceſſus, ad triplum arcus quadrantis, cum differentia inter arcum quadrantis, & ſemidiametrum, minus dimidio dicti exceſſus.

Patebit ergo etiam K, v.g. centrum æquilibrij quartæ BAFD, appensæ secundum BD, secare BD, in dicta ratione, adeò vt BK, sit maior, kD, minor.

Item ex sæpè dictis patebit, quod si intelligamus ambas quartas BAFD, DFST, rotari circa VT. Erit annulus ex quarta exteriori, ad solidum ex quarta interiori, vt 11. arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus, ad quadruplum arcus quadrantis, cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus.

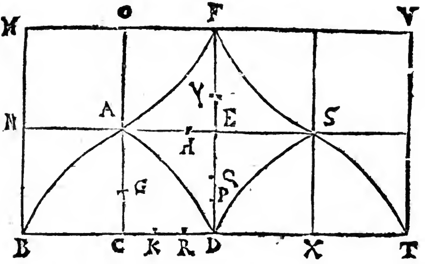
SCHOLIVM II.

Intelligamus quartam FABST, in schem. posito pagina 283. rotari circa VT, vel circa illi parallelam extra ipsam. Genitorum annulorum habebimus in axibus centra grauitatis. Idem dicendum est si quarta duplicaretur ad partes MF, & rotationes fierent, vt dictum est.

Super FABD, intelligatur cylindricus rectus sectus per FD, & per latus oppositum ipsi MB. Truncorum cylindrici habebimus cubationes.

Centrum grauitatis quartæ potest reperiri ex centris æquilibrij ipsius prius repertis. Et consequenter potest reperiri centrum grauitatis cylindrici recti super ipsa existentis.

PRO-



PROPOSITIO XXI.

Centrum grauitatis solidi ex secunda quarta Lilij cycloidalis circa axim reuoluta assignare.

Diuidatur E D, in P, vt sit E P, ad P D, vt subsesquitertium quadrati A C, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad subsesquitertium quadrati A C, minus sesquitertio quadrati semidiametri, vt ex num. 4. schol. 1. proposit. 50. tract. 1. sit P, centrum grauitatis solidi B A D S T. Sic diuidatur E P, in Q, vt sit E Q, ad Q P, reciprocè, vt solidum B A D S T, ad solidum F A D S: nempe, vt

triplus arcus quadrantis, ad differentiam inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, vt colligitur ex progressu proposit. anteced. Patet Q, inuentum punctum, fore centrum grauitatis quæsitum.

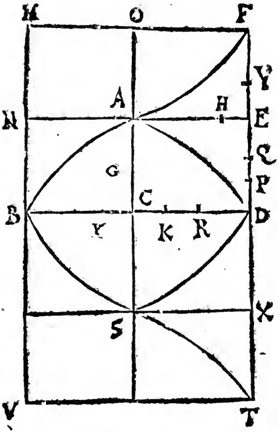
SCHOLIVM.

Quo centro inuento, assignataque antea ratione excessus cylindri MT, supra solidum ad ipsum; non erit insudandum pro inuentione centri grauitatis excessus, supra solidum. Qui excessus, cum æquetur solido ex rotatione BAFD, circa MB: nec centrum grauitatis in MB, huiusce solidi ignorabitur. Quibus centris habitis, & cylindrico recto super FABD, extante, secto plano diagonaliter transeunte per FD, & per punctum in latere erecto à puncto B: haud ignorabuntur centra æquilibrij truncorum dicti cylindrici secundum FD, appensorum.

PROPOSITIO XXII.

Centrum grauitatis solidi ex præfata quarta circa basim reuoluta assignare.

SEcetur CD, in R, vt sit CR, ad RD, vel vt sesquialter arcus quadrantis, vnà cum semidia-



diametro, & cum dimidio sæpè dicti excessus, ad dimidium dicti excessus, cum semidiametro: vel vt dimidium arcus quadrantis, cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus, ad dictam differentiam, minus dimidio illius excessus (vtraque quippe ratio in idem red-

dit)

dit) vt ex proposit. 47. tract. 1. in calce, sit R, centrum grauitatis solidi FADST. Deinceps diuidatur sic CR, in K, vt sit Ck, ad KR, reciprocè, vt solidum FADST, ad solidum ABSD: nempe vt dimidium quadrati AC, seù vt duo quadrata arcus quadrantis, ad subsesquitertium quadrati AC, seù ad tria quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Erit inuentum punctum k, tanquam centrum grauitatis dicti solidi, vt clarè liquet.

SCHOLIVM.

Etiam nunc ex k, & C, centris grauitatis cylindri MT, & solidi FABST; & ex ratione excessus cylindri supra solidum, ad ipsum solidum antea assignata, facile erit reperire in BD, centrum grauitatis ipsius excessus. Et consequenter in MF, centrum grauitatis solidi ex FABD, circa MF, reuoluta, vtpotè vndequaque æqualis, & similis prædicto excessui. Quæ duo solida cum sint proportionaliter analoga cum truncis cylindrici recti super FABD, existentis, resecti plano diagonaliter transeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto F: pari ratione habebimus centra æquilibrij horum truncorum secundum BD, appensorum.

DE

DE QVARTIS LILIORVM PARABOLICORVM, ET CYCLOIDALIVM.

SECTIO TERTIA.

IN quarta sectione antecedentis tractatus consideravimus solida diuersa circa axim, vt ex ipsorum varijs sectionibus orirentur figuræ quædam, ex quarum gyratione circa axim consurgerent solida, quorum libet & mensuras, & centra grauitatis assignare. Cumque reliqua accidentia huiuscemodi figurarum sint abscondita vsque modò; consultò agnouimus ipsas consimiles ijs, quæ explicatæ fuere in prima parte miscellanei nostri geometri, & quas in schol. proposit. 25. eiusdem compillauimus. Sectio tertia tractatus præsentis, non erit absimilis quartæ sectioni tractatus antecedentis. Sed in hac, alias similes figuras ijs indagabimus: tradentes mensuras, & cen-

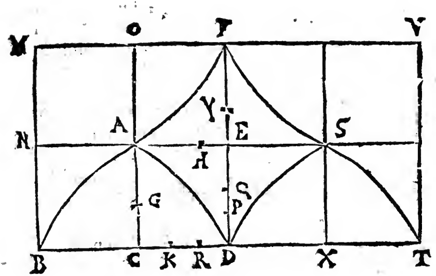
& centra grauitatis solidorum quorundam; de quibus quum nunquam peregerint geometræ: haud putamus geometriæ fieri accessionem spretu dignam.

PROPOSITIO XXIII.

Si prima quarta Lilij parabolici duplicata circa axim, cum rectangulo sibi circumscripto rotetur circa latus axi parallelum, Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex rotatione primæ quartæ exterioris, ad ipsum annulum, vt sextuplus numerus parabolæ duodenario auctus, ad triplum numerum quinario auctum.

PRima quarta Lilij parabolici BAFD, sit duplicata circa axim FD, in BAFST; quæ cum rectangulo MT, sibi circumscripto intelligatur rotari circa VT, vt ex rectangulo generetur cylindrus, & ex duplicata quarta solidum, quæ sunt mente intelligenda. Dico tubum cylindricum ortum ex gyratione MD, circa VT, esse ad solidum ex BAFD, circa VT, in antedicta ratione. Nempe in prima parabola, vt 18. ad 8. In secunda, vt 24, ad 11. In tertia, vt 30. ad 14. & sic in infinitum, aucto antecedente senario, consequente verò ternario.

Nam quum totus cylindrus ex MT, facile eliciatur esse ad totum solidum ex BAFST, in ratione dupla, quia est ad ipsum, vt rectangulum, ad duplicatam quartam: erit ad ipsum, vt octuplus numerus



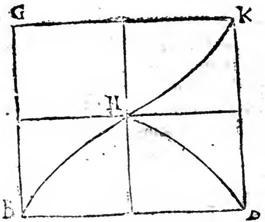
rus 16. auctus, ad quadruplum numerum octonario auctum. Ast ex numero 2. ſchol. 1. propoſit. 3. eſt cylindrus ex FT, circa VT, ſubquadruplus prioris, ad ſolidum ex DFST, circa VT, vt duplus numerus quaternario auctus, ad numerum ternario auctum. Ergo reliquus tubus cylindricus ex MD, erit ad reliquum annulum ex BAFD, vt ſextuplus numerus duodenario auctus, ad triplum numerum quinario auctum. Quod &c.

SCHOLIVM.

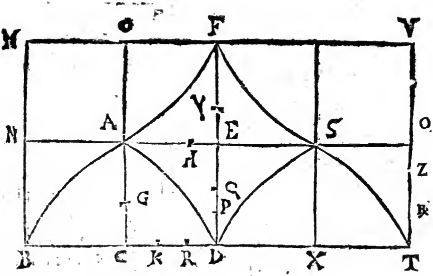
Sed ad illud, quod principaliter intelligitur deuenien-

niendo, cylindrus, & solidum intelligantur secti plano erecto figuris genetricibus, & æquidistanter ipsi VT, & transeunte per FD, vt ex sectione cylindri generetur rectangulum GD, & ex sectione solidi semifigura BHkD (quæ sint seorsim posita ad captum facilitandum) vt KD, sit idem ac FD, & intelligamus GD, cum BHKD, rotari circa kD. Cum hæc solida genita sint proportionaliter analoga cum antedictis. Erit etiam cylindrus ex GD, ad solidum ex BHKD, vt sextuplus numerus duodenario auctus, ad triplum numerum quinario auctum.

Quod si super MD, & super BAFD, concipiantur cylindrici recti æquealti secti diagonaliter plano transeunte per VT, & per latus oppositum ipsi MB. Trunci sinistri cylindrici existentis super



BAFD,



B A F D, habebimus cubationem. Hæc autem erit eadem cum cubatione trunci sinistri cylindrici recti extantis super B H k D, figura seorsim posita, & resecti plano diagonaliter transeunte per k D, & per latus oppositum ipsi G B. Quæ omnia sunt clarissima ex sæpe sæpius in nostris operibus patefactis.

Pariter si solidorum rotundorum dictorum aliquando reperientur centra grauitatis: assignata pariter erunt centra æquilibrij dictorum truncorum cylindricorum secundum axes appensorum. Quæ omnia facilè intelligentur ad similitudinem sæpe sæpius explicatorum.

PROPOSITIO XXIV.

Annuli propositionis anteced. possumus in ipsius axi centrum grauitatis assignare.

DIuidatur VT, in Z, vt sit VZ, ad ZT, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum. Ergo ex schol. 1. proposit. 1. erit Z, centrum grauitatis solidi ex B A F S T. Inueniatur in VT, ex schol. 1. proposit. 6. centrum grauitatis solidi ex DFST, reuoluta circa VT, & sit hoc ℞: & fiat ℞Z, ad ZO, reciprocè, vt annulus ex B A F D, ad solidum ex DFST: nempe ex schol. 3. proposit. 1. vt quintuplus numerus ternario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum. Erit inuentum O, tanquam centrum grauitatis dicti annuli.

SCHOLIVM.

Sed, vt explicatum fuit in schol. proposit. antecedent. existente annulo proportionaliter analogo cum solido orto ex rotatione semifiguræ BHkD, seorsim positæ, circa kD. Habebimus in kD, centrum grauitatis dicti solidi. Quare ipsius tenebimus & mensuram, & centrum grauitatis. Reliqua latent. Quare & ipsa figura augebit numerum aliàs

ex-

explicatarum, & geometris speculanda proponetur.

PROPOSITIO XXV.

Si prima quarta Lilij parabolici duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt duodecuplus numerus senario auctus, ad quintuplum numerum ternario auctum.

AST prima quarta dicta sit duplicata circa basim BD, in FABST, quæ cum MT, rectangulo intelligatur rotari circa MF. Dico tubum cylindricum ex rectangulo VD, esse ad annulum ex quarta TSBD, in dicta ratione. Nempe in prima parabola, vt 18. ad 8. In sec. vt 30. ad 13. In tertia, vt 42. 18. Et sic in infinitum, aucto antecedenti duodenario, consequenti verò quinario.

Pariter enim nunc, cum sit totus cylindrus ex MT, circa MF, ad totum solidum ex duplicata quarta in ratione dupla: nempe vt sextodecuplus numerus octonario auctus, ad octonarium numerum quaternario auctum. Et quum ex numero 4. schol. 1. proposit. 3. sit cylindrus ex DM, circa MF, prioris subquadruplus, ad solidum ex DBAF, circa MF, vt quadruplus numerus binario auctus, ad triplum numerum vnitate auctum. Erit reliquus tubus

bus cylindricus ex V D, ad reliquum annulum ex T S B D, vt reliquum, ad reliquum: nempe, vt duodecuplus numerus senario auctus, ad quintuplum numerum ternario auctum. Quod &c.

SCHOLIVM.

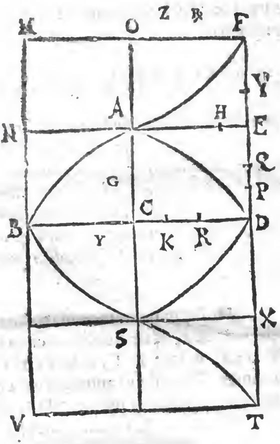
Solidis sectis rectangulo G D, & semifigura B H k D, transeuntibus per B D, vt supra explicatum fuit, & his omnibus rotatis circa B D. Erit cylindrus ex G D, ad solidum ex B H k D, in dicta ratione.

Sicuti erunt assignabiles cubationes truncorum cylindricorum &c.

PROPOSITIO XXVI.

Annuli proposit. anteced. possumus in ipsius axi centrum grauitatis assignare.

Diuidatur MF, in Z, vt sit MZ, ad ZF, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Ex schol. 1. proposit. 2. erit Z, centrum grauitatis totius solidi ex duplicata quarta circa M F, reuoluta. Inueniatur punctum ℞, tanquam centrum grauitatis solidi ex quarta D B A F, rotata circa M F, ex schol. 1. proposit. 8. & fiat ℞Z, ad ZO, vt annulus ex T S B D, ad solidum ex DBAF: nempe ex schol. 3. proposit. 2. vt triplus numerus quinario



nario auctus, ad numerum ternario auctum: Erit O, centrum grauitatis dicti annuli.

SCHOLIVM.

Consequenter erit repertum in BD, centrum grauitatis

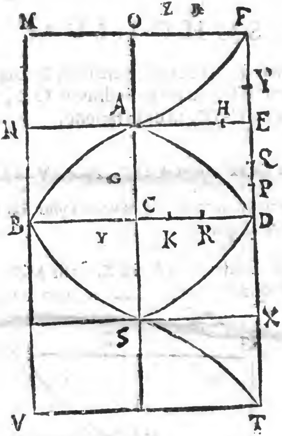
uitatis semifiguræ kHBD, rotatæ circa BD. Cum verò dicti solidi sit etiam assignata mensura, & reliqua semifiguræ accidentia ignorentur: proponatur etiam hæc geometris.

PROPOSITIO XXVII.

Si secunda quarta Lilij parabolici duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt duodecuplus numerus parabolæ 24, vnitatibus auctus, ad quintuplum numerum denario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum.

AST BAFD, supponatur secunda quarta Lilij parabolici, & quidem duplicata circa basim BD, in FABST, & cum MT, rotata circa MF, &c. Dico tubum ex TB, esse ad annulum ex TSBD, vt explicatum fuit. Nempe in prima, vt 36, ad 16. In secunda, vt 48. ad 20 $\frac{2}{3}$. In tertia, vt 60, ad 25 $\frac{2}{4}$. Et sic in infinitum.

Etiam enim nunc totus cylindrus, est ad totum annulum in ratione dupla: nimirum vt sextodecuplus numerus parabolæ 32. vnitatibus auctus, ad octuplum numerum 16, auctum. Ast cylindrus ex DM, subquadruplus cylindri ex TM, est ex schol. 1. proposit. 9. vt quadruplus numerus octonario auctus, ad tri-



triplum numerum quinario auctum ; vnà cum reliquis partibus vnitatis sectæ secundum numerum vnitate auctum, duabus partibus ablatis. Ergo reliquus tubus cylindricus erit ad reliquum annulum, vt reliquum, ad reliquum: nempe, vt duodecuplus numerus 24, auctus, ad quintuplum numerum de-

nario auctum, vnà cum duabus partibus vnitatis fectæ secundum numerum vnitate auctum. Quod &c.

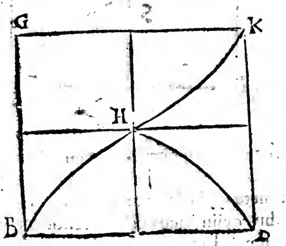
SCHOLIVM.

Solidis sectis, vt explicatum fuit, & facta rotatione circa BD: etiam cylindrus ex GD, erit ad solidum ex kHBD, in dicta ratione.

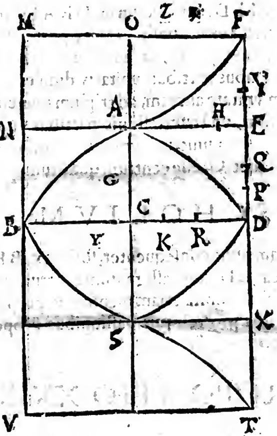
PROPOSITIO XXVIII.

Annuli proposit. anteced. possumus in ipsius axi centrum grauitatis assignare.

NAm diuidatur MF, in Z, vt sit MZ, ad ZF, vt quadruplus numerus senario auctus, vnà



cum



cum partibus vnitatis diuisæ secundum duplum numerum vnitate auctum, vna excepta, ad quadruplum numerum vnitate auctum, vnà cum illa parte vnitatis. Ergo ex schol. 2. proposit. 10. erit Z, centrum grauitatis totius annuli ex duplicata quarta. Ex schol. 1. proposit. 14. inueniatur ℞, centrum

grauitatis solidi ex quarta BAFD, rotata circa MF. Tandem fiat ℞ Z, ad ZO, reciprocè, vt annulus ex TSBD, ad solidum ex DBAF; nempe, vt facile elicietur ex proposit. 9. & ex proposit. 30. miscell. hyperb. vt quintuplus numerus denario auctus, vnà cum duabus partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum, ad triplum numerum quinario auctum, vnà cum reliquis partibus vnitatis diuisæ secundum numerum vnitate auctum, duabus exceptis. Patet O, esse centrum quæsitum.

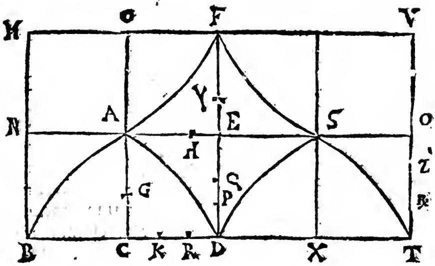
SCHOLIVM.

Sed etiam nunc consequenter, solidi ex BHKD, rotata circa BD, erit assignatum centrum grauitatis: cuius solidi habita etiam mensura in proposit. anteced. & ipsa pro reliquis passionibus proponetur geometris.

PROPOSITIO XXIX.

Si secunda quarta Lilij parabolici duplicata circa axim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo ortoex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt vigesimusquartus numerus parabolæ 24, vnitatibus auctus, ad duodecuplum numerum nonuplò auctum, vnà cum vnica parte vnitatis sectæ secundum duplum numerum vnitate auctum.

BA-



BAFST, censeatur pro duplicata secunda quarta Lilij parabolici circa axim FD, & rotata circa VT, cum MT. Dico tubum cylindricum ex MD, esse ad annulum oriundum ex gyratione BAFD, circa VT, vt explicatum est. Nempe in prima, vt 48 ad 23, $\frac{1}{5}$. In secunda, vt 72, ad 33 $\frac{3}{5}$. In tertia, vt 96, ad 45 $\frac{1}{5}$. Et sic discurrendo.

Nam etiam modò arguetur, quod, quum facile eliciatur totum cylindrum ex MT, duplum esse totius solidi ex BAFST, erit ad ipsum vt trigesimussecundus numerus 32, vnitatibus auctus, ad sextodecuplum numerum, 16. vnitatibus auctum. Porrò cylindrus ex FT, prioris subquadruplus, est ad solidum

lidum ex DFST, ex ſchol. 1. propoſit. 10. vt octuplus numerus octonario auctus, ad quadruplum numerum ſenario auctum, vnà cum partibus vnitatis, vnà minus, ſectæ ſecundum duplum numerum vnitate auctum. Ergo reliquus tubus erit ad reliquum ſolidum, vt reliquum, ad reliquum. Nempe in explicata ratione. Quod &c.

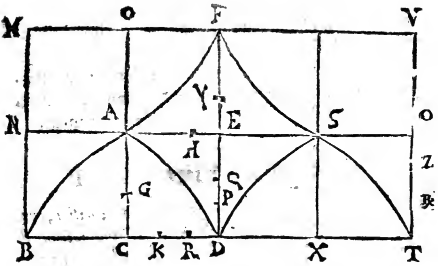
SCHOLIVM.

Superiorum ad inſtar ſectis ambobus ſolidis rectangulo GB, & ſemiplano BHkD, tranſeuntibus per FD, &c. in dicta etiam ratione erit cylindrus ex GD, rotato circa KD, ad nouum ſolidum ex BHkD, itidem circa KD, rotatam, vt clare patet ex ſæpe ſæpius dictis.

PROPOSITIO XXX.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.

ETenim ſi ſecetur VT, in Z, vt ſit VZ, ad ZT, vt triplus numerus parabolæ quinario auctus, vnà cum partibus vnitatis ſectæ ſecundum numerum vnitate auctum, duabus exceptis, ad numerum binario auctum, cum illis duabus partibus vnitatis: erit ex ſchol. 2. propoſit. 9. Z, centrum grauitatis ſolidi totius ex BAFST, circa VT. Reperiatur



ex schol. 1. proposit. 12. ℞, centrum grauitatis solidi ex DFST, rotata circa VT. Et fiat ℞Z, ad ZO, vt duodecuplus numerus nouenario auctus, vnà cum vnica parte vnitatis sectæ secundum duplum numerum vnitate auctum, ad quadruplum numerum senario auctum, vnà cum reliquis partibus vnitatis sic sectæ: nempe reciprocè, vt annulus ex BAFD, ad solidum ex DFS Γ, vt elicitur ex proposit. 10. & ex proposit. 30. miscell. hyperb. Erit O, centrum grauitatis annuli ex BAFD, vt patet. Quare &c.

SCHO-

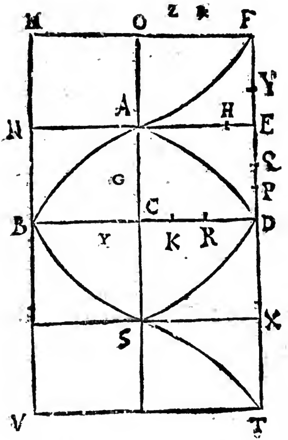
SCHOLIVM.

Si ergo BHkD, noua semifigura schol. propo-
sit. anteced. rotetur circa kD, erit inuentum centrum grauitatis dicti noui solidi: cuius semifigura genitrix quoad alias proprietates manebit ignota quoadusque ab aliquo geometra ipsæ detegantur.

PROPOSITIO XXXI.

Si prima quarta Lilij cycloidalis duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt sextupla basis cycloidis, nempe 24, arcus quadrantis, ad decuplum arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis.

NVnc deueniatur ad quartas Liliorum cycloidalium, & supponamus FABST, esse primam quartam Lilij cycloidalis duplicatam circa basim BD, & hanc cum TM, rotari circa MF. Dico cylindrum ex TB, esse ad annulum ex TSBD, quem stringit, in explicata ratione. Nam totus cylindrus ex TM, vtpote duplus totius solidi ex TSBAF, est ad ipsum, vt 32, arcus quadrantis, ad



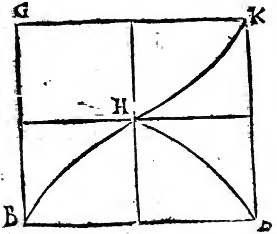
ad 16, arcus quadrantis. Porrò ex schol. 1. propo-
sit. 15. est cylindrus ex DM, prioris subquadru-
plus, ad solidum ex DBAF, circa MF, vt octu-
plus arcus quadrantis, ad quintuplum cum dimidio
arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum
quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio ex-

Rr cessus

cessus dictæ differentiæ, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis. Ergo reliquus tubus erit ad reliquum annulum, vt reliquum, ad reliquum. Nempe vt explicatum fuit, vt consideranti patebit. Quare &c.

SCHOLIVM.

Non secùs ac factum fuit in superioribus, si ambo solida secentur rectangulo, & semifigura BHkD, quæ rotentur circa BD: habebimus in antedicta ratione esse cylindrum ex rectangulo, ad solidum ex semifigura.



PRO-

PROPOSITIO XXXII.

Annuli proposit. anteced. possumus in ipsius axi centrum grauitatis assignare.

SEcetur namque MF, in Z, vt sit MZ, ad ZF, vt 9. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad 7. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Ex schol. 4. proposit. 16. Z, erit centrum grauitatis solidi totius ex TSBAF, circa MF. Ex schol. 1. proposit. 18. reperiatur ℞, centrum grauitatis solidi ex BAFD, circa MF. Et fiat ℞Z, ad ZO, vt nonuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus; nempe reciprocè ex schol. 3. proposit. 15. vt annulus ex TSBD, circa MF, ad solidum ex DBAF, pariter circa MF. Erit O, centrum quæsitum.

SCHOLIVM.

Quod si dimidia noua figura DBHk, supra re-

perta rotetur circa BD: erit in apertum dicti solidi in BD, enucleatum fore centrum grauitatis, & ipsam semifiguram esse eiusdem indolis cum alijs nouis, quarum ignorantur reliquæ passiones à dictis.

PROPOSITIO XXXIII.

Si prima quarta Lilij cycloidalis duplicata circa axim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt triplum quadratum basis, seu 48, quadrata arcus quadrantis, ad 23, quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri.

RECtangulum MT, cum BAFST, duplicata prima quarta Lilij cycloidalis circa axim FD, rotetur circa VT. Dico tubum ex MD, esse ad annulum ex BAFD, vt dictum fuit.

Quippe, totus cylindrus ex MT, duplus totius solidi ex BAFST, erit ad ipsum, vt 64, quadrata arcus quadrantis, ad 32. quadrata talia. Ast ex schol. 1. proposit. 16. est cylindrus ex FT, prioris subquadruplus, ad solidum ex DFST, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 9. talium quadratorum, cum sesquitertio quadrati semidiametri. Ergo tubus ex MD, erit ad reliquum annulum, vt 48. quadrata arcus quadrantis, ad 23. talium quadratorum,

rum, minus sesquitertio quadrati semidiametri; Quod &c.

SCHOLIVM.

Cylindrus ex GD, rotato circa KD, ad solidum ex BHkD, circa kD, pariter rotata, erit in antedicta ratione: dummodo priora solida intelligantur secta, vt sæpe explicatum fuit.

PROPOSITIO XXXIV.

Solidi proposit. anteced. possumus in ipsius axi centrum grauitatis assignare.

SIt VZ, ad ZT, vt quintuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus ipsius supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad sesquialterum arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus. Ex schol. 4. proposit. 15. erit Z, centrum totius solidi &c. Quod si ex schol. proposit. 17. assignetur ℞, centrum grauitatis solidi ex DFST: & fiat ℞Z, ad ZO, vt nonuplus cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio sæpe dicti excessus, ad quintuplum cum dimidio arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum,

trum, minus dimidio dicti excessus: nempe vt ex schol. 3. proposit. 15. elicitur esse reciprocè, vt solidum ex BAFD, reuoluta circa VT, ad solidum ex DFST, circa VT. Erit O, centrum quæsitum.

PROPOSITIO XXXV.

Si secunda quarta Lilij cycloidalis duplicata circa axim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli axi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt 24, arcus quadrantis, ad 11, arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus ipsius supra differentiam inter semidiametrum, ac dimidium arcus quadrantis.

TOtus cylindrus ex MT, ad totum solidum est in ratione dupla: nimirum, vt 32, arcus quadrantis, ad 16. dictorum arcuum. Cylindrus ex FT, dicti subquadruplus, est ad solidum ex DFST, vt octuplus arcus quadrantis, ad quadruplum arcus quadrantis, vnà cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus. Ergo tubus ex MD, erit ad annulum ex BAFD, vt reliquum, ad reliquum. Patet ergo propositum.

SCHO-

SCHOLIVM.

Quemadmodum, ex repetitis ad satietatem vsque, patet, solidis sectis, rectangulo GD, & semifigura BHkD, & his circa kD, rotatis. Cylindrum ex GD, esse ad solidum ex BHkD, vt dictum fuit.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli proposit. anteced. possumus in ipsius axi centrum grauitatis assignare.

SIt VZ, ad ZT, vt 11. quadrata arcus quadrantis, cum sesquitertio quadrati semidiametri, ad 5. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Ex schol. 4. proposit. 19. erit Z, centrum grauitatis solidi totius ex BAFST, rotata circa VT. Ex schol. proposit. 21. adinueniatur ℞, centrum grauitatis solidi ex DFST, rotata pariter circa VT. Tunc fiat ℞Z, ad ZO, vt 11. arcus quadrantis, vnà cum differentia inter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio excessus ipsius, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad quadruplum arcus quadrantis, cum semidiametro, & cum dimidio dicti excessus. In qua ratione notatur in calce schol. 1. proposit. 20. esse solidum ex

BAFD,

BAFD, ad solidum ex DFST. Ergo O, erit centrum quæsitum.

SCHOLIVM.

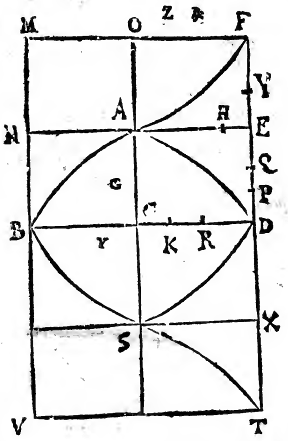
Veluti autem secatur VT, à centro grauitatis dicti annuli, secabitur etiam kD, à centro grauitatis solidi ex semifigura BHKD, rotata circa KD. Quæ vtique in geometria erit noua; & quoad alias passiones ignorabitur.

PROPOSITIO XXXVII.

Si secunda quarta Lilij cycloidalis duplicata circa basim, cum rectangulo circumscripto rotetur circa latus rectanguli basi parallelum. Erit tubus cylindricus circumscriptus annulo orto ex quarta exteriori, ad ipsum annulum, vt duodecim quadrata basis semicycloidis, seù 48. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio, quadrati semicirculi genitoris.

INtelligamus TSBAF, duplicatam quartam dictam circa basim BD, rotari cum MT, circa MF. Tubus ex VD, erit ad solidum ex TSBD, vt dictum fuit. Nam cum totus cylindrus ex TM, sit ad totum solidum ex TSBAF, vtpote ipsius duplus, vt 64. quadrata arcus quadrantis, ad 32. horum quadratorum. Et cum ex schol. 1. proposit. 19. sit cylindrus ex DM, prioris subquadruplus, ad solidum

lidum



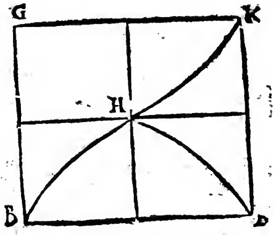
lidum ex DBAF, vt 16. quadrata arcus quadrantis, ad 11. talium quadratorum, vnà cum sesquitertio quadrati semidiametri. Erit reliquus tubus ad reliquum annulum, vt reliquum ad reliquum: nempe vt 48. quadrata arcus quadrantis, ad 21. talium quadratorum, minus sesquitertio quadrati semidiametri. Quod &c.

SCHOLIVM.

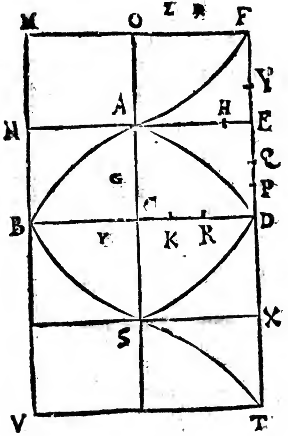
Solidis ergo ſectis rectangulo G D, & ſemifigura B H K D, tranſeuntibus per B D, & circa B D, rotatis. In explicata ratione erit cylindrus ex rectangulo, ad ſolidum rotundum ex ſemifigura.

PROPOSITIO XXXVIII.

Annuli propoſit. anteced. poſſumus in ipſius axi centrum grauitatis aſſignare.



Par-



PArtiatur MF, in Z, vt sit MZ, ad ZF, vt quadruplus arcus quadrantis, cum semidiametro, & cum dimidio excessus differentiæ inter arcum quadrantis, & semidiametrum, supra differentiam inter semidiametrum, & dimidium arcus quadrantis, ad triplum arcus quadrantis, cum differentia in-

ter arcum quadrantis, & semidiametrum, minus dimidio dicti excessus. Ex schol. 2. proposit. 20. erit Z, centrum grauitatis totius solidi orti ex gyratione duplicatæ quartæ. Ex schol. proposit. 22. reperiatur ℞, centrum grauitatis solidi ex DBAF. Demum fiat ℞Z, ad ZO, vt 21. quadrata arcus quadrantis, minus sesquitertio quadrati semidiametri, ad 11. quadrata arcus quadrantis, vnà cum sesquitertio quadrati semidiametri: nempe ex schol. 4. proposit. 19. reciprocè, vt solidum ex TSBD, rotata circa MF, ad solidum ex DBAF, pariter circa MF, rotata. Erit O, centrum grauitatis dicti solidi.

SCHOLIVM.

Rotata autem semifigura BHKD, orta ex sectione solidi ex duplicata quarta, vt quamplurimis vicibus explicatum fuit, circa BD. In ipsa BD, assignatum pariter erit centrum grauitatis solidi rotundi inde geniti. Quæ semifigura est vltima illarum, quas & in tractatu primo miscellanei geometrici, & in sectionibus quarta, & tertia tractatuum præsentium proponimus geometris speculandas. Ipsarum quippè naturas, proprietatesque pænitus ignoramus. Solum modo scimus & mensuras solidorum rotundorum genitorum ex ipsarum reuolutione circa axim; &, vt plurimum, in axibus ipsorum centra grauitatis.

Hæc,

Hæc, lector humanissime, ea extant, quæ nimis fortassis audacter, sextò oculis tuis se se offerre percurrenda præsumunt. Comparuissent prius vtique, nisi officium, quo in Religione fungimur idipsum vetasset. Quippè, dùm hi tractatuli sub prælo essent, primusque iam absolutus cerneretur; necesse fuit per tres menses ferè peregrè proficisci, ab operis impressione feriari, & rebus, à geometricis totaliter alienis, incumbere. Ne mireris ergo si in præsenti libello aliqua conspicias inconcinna, & inordinata: namque intellectus interruptus, ac in varias distractus partes, hæc nequiuit aptius construere, & digerere. Si errores quosdam reperies, memento quæso hos ab impressione neutique euelli posse: quinnimo non secùs quam corpus cum vmbra, cum ipsa arcto nexu commeare. Haud attamen ipsorum tabellam exaramus: siquidem, si non deerunt vires elucubrationes nostras percipiendi, facillime adnotari poterunt, cum vt plurimum parum ponderent. Lege hæc, dum alia molimur. Vale.

FINIS.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del P. Inquisit. non esserui nelli Libri due intitolati De Tractatibus Geometricis del P. F. Steffano de Angelis de Gesuati cosa contro la Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, ò buoni costumi, concedemo licenza, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'ordini, & esserne presentate due copie per le presente Librarie di Padoa, e di questa Città.

Dat. dal Magist. nostro li 7. Giugno 1661.

Battista Nani Cau. Proc. Ref.

Alessandro Angelo Donini Segr.

F. A.

FACVLTAS

Reuerendissimi Patris Generalis.

LAVDETVR IESVS CHRISTVS.

OPVS *inscriptum*, De Superficie Vngulæ, & de Quartis Liliorum Parabolicorum, & Cycloidalium, *compositum ab Admodum R. P. Stephano de Angelis Veneto professo Nostri Ordinis Iesuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari: dummodo habeat necessarias licentias, & approbationes, quæ de iure sunt necessariæ &c. In quorum fidem præsentes manu propria subscripsimus, ac proprio Nostri Officij sigillo muniuimus.*

Datum Brixiæ in Nostro Monasterio Corporis Christi, Pridie Kalendas Februarij 1661.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Iesuat.

Locus Sigilli.